Tropische Geometrie – Blatt 4

Prof. Immanuel Halupczok
M.Sc. Saba Aliyari

Aufgabe 1 (2 Punkte):

Schreiben Sie die tropische Polynomfunktion

$$f(x) = x^{\odot 3} \oplus x^{\odot 2} \oplus 1 \odot x \oplus 2$$

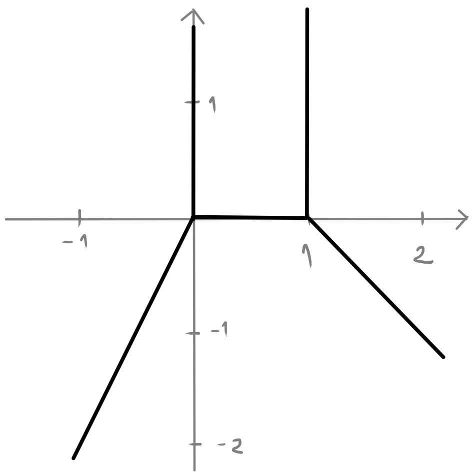
als tropisches Produkt von „Linearfaktoren“, d. h. von Funktionen der Form $x \oplus b_i$.

Aufgabe 2 (5 Punkte):

Geben Sie ein tropisches Polynom $f(x, y)$ an, für dessen Wurzelmenge $V(f)$ gilt:

$$f(V) \cap \mathbb{R}^2 = \{(0, y) \mid y \geq 0\} \cup \{(1, y) \mid y \geq 0\} \cup \{(x, 0) \mid 0 \leq x \leq 1\} \cup \{(x, 2x) \mid x \leq 0\} \cup \{(x, 1 - x) \mid x \geq 1\}$$

Hier ist ein Bild dieser Menge:



Aufgabe 3 (3 Punkte):

Sei $f(x) = \bigoplus_{i=0}^{n} a_i \odot x^{\odot i}$, mit $a_i \in \mathbb{R}_\infty$. Wir nehmen an, dass $a_0 \neq \infty$ ist. Zeigen Sie, dass die größte Wurzel von f wie folgt berechnet werden kann:

$$\max_{1 \leq i \leq n} \frac{a_i - a_0}{i}$$