Wir betrachten die Gleichung

$$|x-2| = 2 - |3-2x|$$

und wollen alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ bestimmen. Da der Betrag einer reellen Zahl y definiert ist als

$$|y| := \begin{cases} y, & \text{falls } y \geq 0 \\ -y, & \text{falls } y \leq 0 \end{cases} ,$$

müssen wir eine Fallunterscheidung machen, abhängig davon, ob die „Zahlen in den Betragsstrichen“ positiv oder negativ sind. Wir erhalten also vier Fälle, je nachdem, ob $x \geq 2$ oder $x \leq 2$ bzw. $3-2x \geq 0$ oder $3-2x \leq 0$.

Sei zunächst $x \geq 2$ und $x \geq \frac{3}{2}$. Dann erhält man die folgende Gleichung (man beachte die Definition des Betrages) bzw. Lösung dieser Gleichung:

$$x-2 = 2-(-(3-2x)) = 5-2x \Leftrightarrow 3x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$$

Da wir den Lösungsbereich von x durch die Forderung $x \in [2,\infty)$ vorher eingeschränkt haben, müssen wir noch prüfen, ob die gefundene Lösung in diesem Bereich liegt. Da aber $\frac{7}{3} \in [2,\infty)$, ist das der Fall und $x = \frac{7}{3}$ ist in der Tat eine Lösung.
Sei als nächstes $x \leq 2$ und $x \geq \frac{3}{2}$, also $x \in [\frac{3}{2}, 2]$. Dann erhält man

$$2-x = 2+3-2x = 5-2x \Leftrightarrow x = 3.$$

Da $3 \notin [\frac{3}{2}, 2]$, ist $x = 3$ keine Lösung.
Sei als nächstes $x \leq 2$ und $x \leq \frac{3}{2}$, also $x \in (-\infty, \frac{3}{2}]$. Dann erhält man

$$2-x = 2-(3-2x) = -1+2x \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Da $1 \in (-\infty, \frac{3}{2}]$, ist $x = 1$ eine Lösung.
Da $x \geq 2$ und $x \leq \frac{3}{2}$ offenbar nicht erfüllt werden kann, kommt dieser Fall nicht vor.
Insgesamt hat man also die Lösungsmenge $\{1, \frac{7}{3}\}$.