Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Dr. T. Weist, Dr. S. Kionke

Abgabe bis:
Di 06.01.2015
13:00 Uhr

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (2 Punkte, Multiple Choice). Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind.

(a) Für alle Matrizen $A, B \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ gilt $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

(b) Es gibt eine Matrix $C \in M(2 \times 2, \mathbb{R})$ mit der Eigenschaft $\left(\begin{smallmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -32 \end{smallmatrix}\right) C = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$

(Richtige Antwort = 1 Punkt, falsche Antwort = -1 Punkt, keine Antwort = 0 Punkte.)

Aufgabe 2 (5 Punkte). Gegeben sind die Matrizen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie alle Produkte $A_i A_j$ für $i, j \in \{1, 2, 3\}$, sofern diese definiert sind.

Aufgabe 3 (3 Punkte, Rechenweg wird bewertet). Sei $a \in \mathbb{R}$ gegeben. Bestimmen Sie mithilfe des Gauß-Algorithmus die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + ax_3 &= 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 &= 3 \\ ax_1 + x_2 + x_3 &= -3 \end{aligned}$$

in Abhängigkeit von der Zahl a.
Hinweis: Hier müssen mehrere Fälle unterschieden werden.

Aufgabe 4 (2 Punkte). Für eine quadratische Matrix B definiert man die Potenzen B^k rekursiv als $B^1 = B$ und $B^{k+1} = B^k \cdot B$ für alle natürlichen Zahlen k.
Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und es sei

$$B = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Potenzen B^2, B^3, B^4, B^5 und B^6.

Schöne Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr!