Mathematisches Institut
Heinrich-Heine Universität Düsseldorf
Dr. T. Weist, Dr. S. Kionke

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

Lösungsvorschlag zu Übungsblatt 5

Wir geben hier einen Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1a).

Aufgabe 1. (a) Was ist die Lösungsmenge der Ungleichung $|x+1| \geq 2|-x|$?

Wir stellen zunächst fest, dass die Ungleichung überall definiert ist. Sie hat keine Definitionslücken. Zum Lösen dieser Ungleichung müssen drei Fälle unterschieden werden. Fall 1: $x < -1$, Fall 2: $-1 \leq x \leq 0$ und Fall 3: $x > 0$.

Fall 1: $x < -1$.
In diesem Fall ist $x+1 < 0$ und $-x > 0$.
In diesem Bereich erhalten wir die Ungleichung $-(x+1) \geq -2x$.

$$-(x+1) \geq -2x \quad \Leftrightarrow \quad -x-1+2x \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq 1.$$

Da wir $x < -1$ angenommen haben, kann diese Bedigung nicht stimmen. Fall 1 liefert also keine Lösungen.

Fall 2: $-1 \leq x \leq 0$.
In diesem Fall ist $x+1 \geq 0$ und $-x \geq 0$.
Durch Einsetzen der Definition des Betrages erhalten wir die Ungleichung

$$x+1 \geq -2x \quad \Leftrightarrow \quad 3x \geq -1 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -\frac{1}{3}.$$

Wir erhalten in Fall 2 also das Lösungsintervall $[-\frac{1}{3}, 0]$.

Fall 3: $x > 0$.
In diesem Fall ist $x+1 > 0$ und $-x < 0$.
Wir betrachten also in diesem Fall die Ungleichung $x+1 \geq 2x$.

$$x+1 \geq 2x \quad \Leftrightarrow \quad 1 \geq x.$$

Wir erhalten in Fall 3 also die Lösungsmenge $(0, 1]$.

Die Lösungsmenge der Ungleichung ist gegeben durch die Vereinigung der Lösungsmengen aller Fälle. Insgesamt hat die Ungleichung die Lösungsmenge $[-\frac{1}{3}, 1]$. Das heißt, Antwort (ii) ist richtig.