Zahlentheorie – Blatt 1

Abgabe am 25.4.2017 bis 10:30 Uhr

....
Name und Matr-Nr.

1	2	3	4	Σ

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen.

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen/beweisen.

Aufgabe 1 (4 Punkte):

Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Aus $a \mid (b+c)$ folgt, dass $a \mid b$ oder $a \mid c$.

(b) Aus $(a,b) = 1$ folgt $(a+b, ab) = 1$.

Aufgabe 2 (2 Punkte):

Zeigen Sie: Es gibt keine ganzen Zahlen x, y, z mit $x^2 + y^2 = 4z^2 + 3$.

Hinweis: In der Vorlesung wurde eine Methode erwähnt, wie man so etwas zeigen kann.

Aufgabe 3 (2 Punkte):

Zeigen Sie, für reelle Zahlen x, y: $\lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor \leq \lfloor x + y \rfloor \leq \lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + 1$

Aufgabe 4 (8 Punkte):

Eine der folgenden vier Teilaufgaben ist unlösbar! Finden Sie heraus welche (mit Begründung) und lösen Sie die restlichen.

(a) Zeigen Sie: $\sqrt{x} = o(x)$.

(b) Zeigen Sie: $\lfloor x \rfloor \sim x$.

(c) Geben Sie eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, für die $f(x) = O(10x^2 + 1000)$ gilt, aber nicht $f(x) = O(x^2)$.

(d) Geben Sie Funktionen $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{>0}$, an, so dass weder $f(n) \ll g(n)$ noch $g(n) \ll f(n)$ gilt.
Hinweis: Sie können z. B. eine Fallunterscheidung danach verwenden, ob n gerade oder ungerade ist.

Vorlesungswebseite: http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/ZTh_SS17/