Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

Heinrich Heine Universität Düsseldorf

Düsseldorf, den 23.06.2025
Blatt 11

Übungen zur Analysis I

1. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale

(a) (2P) $\int_0^2 (x-2)^2 \, \mathrm{d}x$ (b) (3P) $\int_0^2 x^2 \exp(x) \, \mathrm{d}x$

(c) (2P) $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \log(x)} \, \mathrm{d}x$ (d) (3P) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos\left(x^2\right) \, \mathrm{d}x$

2. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

(a) (2P) $\int \sqrt{3x-4} \, \mathrm{d}x, \; x > \frac{4}{3}$ (b) (2P) $\int \arctan(x) \, \mathrm{d}x$

(c) (2P) $\int \sin^2(x) \, \mathrm{d}x$ (d) (4P) $\int \sin^2(x) \cos^2(2x) \, \mathrm{d}x$

3. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

(a) (2P) $\int \frac{x+8}{4x+x^2} \, \mathrm{d}x$ (b) (4P) $\int \frac{x^3+1}{x^3-x^2+x-1} \, \mathrm{d}x$

(c) (2P) $\int \frac{1}{(x-3)^2} \, \mathrm{d}x$ (d) (2P) $\int \frac{x}{(x-1)^2} \, \mathrm{d}x$

4. (a) (1P) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(t) = \begin{cases} \frac{\sin(t)}{t}, & t \neq 0, \\ 1, & t = 0, \end{cases}$$

stetig ist.

(b) (2P) Wegen (a) existiert die Funktion

$$\mathrm{Si} \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad \mathrm{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} \, \mathrm{d}t.$$

Sie wird als Integralsinus bezeichnet. Zeigen Sie, dass der Integralsinus eine ungerade Funktion ist, dass also $\mathrm{Si}(-x) = -\mathrm{Si}(x)$.

(c) (2P) Es sei $x > 0$ eine kritische Stelle von Si. Zeigen Sie, dass $x = k\pi$ für ein $k \in \mathbb{Z}$ und dass x genau dann eine Maximalstelle von Si ist, wenn k ungerade ist.

(d) (5P) Zeigen Sie

$$0 < \mathrm{Si}(2\pi) < \mathrm{Si}(\pi).$$

Abgabe: Mo, 30.06., 10:00 im ILIAS Besprechung: 2. und 3. Juli 2025

Laden Sie bitte Ihre Lösungen im ILIAS hoch. Die Bearbeitungen sind einzeln abzugeben, also nur ein Name pro Blatt.