

Übungen zur Analysis I

1. Berechnen Sie die folgenden drei uneigentlichen Integrale

(a) (2P) $\int_{-\infty}^0 x^2 e^{2x} dx$ (b) (5P) $\int_1^{\infty} \frac{2x+1}{x(4+x^2)} dx$ (c) (3P) $\int_0^1 x \log(x) dx$.

2. (10P) Für $n \in \mathbb{N}$ sei $f_n: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f_n(x) = \max\left(0, n - 2n^2 \left|1 - \frac{1}{2n} - x\right|\right).$$

Bestimmen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$ und $\int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$.

3. Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen

(a) (2P) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n} z^n$ (b) (3P) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} z^{2n}$
(c) (2P) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n z^{2n}$ (d) (3P) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} z^n$

4. (a) (4P) Existiert das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} \sin(x^2) dx$? Begründen Sie Ihre Antwort.
(b) (6P) Existiert das uneigentliche Integral $\int_0^{\infty} \sin(\sqrt{x}) dx$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Abgabe: Mo, 07.07., 10:00 im ILIAS

Besprechung: 9. und 10. Juli 2025

Laden Sie bitte Ihre Lösungen im ILIAS hoch. Die Bearbeitungen sind einzeln abzugeben, also nur ein Name pro Blatt.