Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

Düsseldorf, den 22.04.2025
Blatt 2

Übungen zur Analysis I

1. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

   (a) (5P)
   $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

   (b) (5P)
   $$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.$$

2. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit

   (a) (2P) $|2x+1| = |1-x|$ (b) (2P) $|x+2| = |x-2|$

   (c) (3P) $|2x+1| = x-1$ (d) (3P) $|x+1| = 2x$

   Hinweis: Vergessen Sie nicht, zu zeigen, dass Sie alle Lösungen der Gleichungen gefunden haben.

3. Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen beschränkt sind, indem Sie je eine obere und eine untere Schranke angeben. Irgendeine Schranke genügt, Sie müssen Ihre Aussage aber beweisen.

   (a) (2P) $\{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x+1 \leq 5\}$ (b) (4P) $\{x \in \mathbb{R} | 2 \leq |x+1| \leq 5\}$

   (c) (4P) $\left\{ n \in \mathbb{N} \middle| \frac{100}{n} \geq 3 \right\}$

4. (10P) Für $x \in \mathbb{R}$ definieren wir $\lfloor x \rfloor$ als die gröSSte ganze Zahl m mit $m \leq x$. (Dann ist also $\left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor = 3$ und $\left\lfloor -\frac{7}{2} \right\rfloor = -4$.) Ferner definieren wir für $x, y \in \mathbb{R}$
   $$x \boxplus y = \lfloor x + y \rfloor.$$
   Erfüllt die Verknüpfung $\boxplus$ das Assoziativgesetz? Wenn “ja”, zeigen Sie Ihre Behauptung, wenn “nein”, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Abgabe: Mo, 28.04., 10:00 im ILIAS Besprechung: 30.04.2025

Die Teilnehmenden der Donnerstags-Gruppe besuchen bitte eine der Mittwochs-Gruppen. AuSSerdem wird wegen des Feiertags eine Musterlösung veröffentlicht.

Laden Sie bitte Ihre Lösungen im ILIAS hoch. Die Bearbeitungen sind einzeln abzugeben, also nur ein Name pro Blatt.