

## Übungen zur Analysis II

1. (10P) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{x^5}{(x+1)^2(x^2+1)}.$$

2. (10P) Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit der *logistischen Differentialgleichung*

$$y' = (1-y)y, \quad (x, y) \in U := \mathbb{R} \times ]0, 1[.$$

Geben Sie für jede Lösung einen möglichst großen Definitionsbereich an.

3. (10P) Bestimmen Sie eine Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 1.$$

Geben Sie einen möglichst großen Definitionsbereich der Lösung an. Ist die Lösung eindeutig bestimmt?

4. (10P) Auf  $U = \mathbb{R}^2$  sei die Differentialgleichung  $y' = f(x, y)$  mit

$$f(x, y) = -2\sqrt{|y|}\sin(x)$$

gegeben.

- (a) Bestimmen Sie zwei verschiedene, auf  $\mathbb{R}$  definierte Lösungen der Anfangswertaufgabe  $y(0) = 1$ .
- (b) Bestimmen Sie zwei verschiedene, auf  $\mathbb{R}$  definierte Lösungen der Anfangswertaufgabe  $y(0) = 0$ .
- (c) Bestimmen Sie eine auf  $\mathbb{R}$  definierte Lösung der Anfangswertaufgabe  $y(0) = -1$ .
- (d) Besitzt die Anfangswertaufgabe  $y(0) = -1$  eine weitere auf  $\mathbb{R}$  definierte Lösung?