

## Präsenzübungen zur Analysis III

1. (a) Ist die Menge aller endlichen Teilmengen von  $\mathbb{R}$  ein Ring von Teilmengen von  $\mathbb{R}$ ?  
(b) Ist die Menge
$$\mathcal{A} := \{M \subseteq \mathbb{R} \mid M \text{ endlich oder } M = \mathbb{R}\}$$
eine  $\sigma$ -Algebra auf  $\mathbb{R}$ ?
2. (a) Zeigen Sie die Messbarkeit von  $[0, 1[$  bezüglich der  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{B}(\mathbb{R})$  der Borelmengen.  
(b) Zeigen Sie die Messbarkeit von  $\mathbb{Q}$  bezüglich  $\mathcal{B}(\mathbb{R})$ .
3. Es sei  $F \in \mathcal{F}^n$  eine Figur. Zeigen Sie die Messbarkeit von  $F$  bezüglich  $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n)$ .  
*Hinweis:* Zeigen Sie die Aussage zuerst für Quader in  $\mathcal{Q}^n$  mittels vollständiger Induktion nach  $n$ .

Die Präsenzaufgaben werden weder abgegeben noch bewertet.

**Besprechung:** 16.–17. Oktober