

## Übungen zur Funktionalanalysis I

1. (a) Es sei  $A = L(E)$  für einen endlich-dimensionalen  $\mathbb{K}$ -Vektorraum  $E$  und es seien  $a, b \in A$  mit  $0 \in \sigma(ab)$ . Zeigen Sie, dass dann auch  $0 \in \sigma(ba)$ .  
(b) Geben Sie eine Banachalgebra  $A$  sowie Elemente  $a, b \in A$  an, so dass  $0 \in \sigma(ab)$ , aber  $0 \notin \sigma(ba)$ .
2. Es sei  $\mathbb{D} \subset \mathbb{C}$  die offene Einheitskreisscheibe.  
(a) Zeigen Sie, dass der *Hardyraum*

$$H^\infty(\mathbb{D}) = \{f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C} \text{ holomorph} \mid \|f\|_\infty < \infty\}$$

eine Banachalgebra ist.

*Hinweis:* Verwenden Sie den Satz von Montel aus der Funktionentheorie.

- (b) Sei  $\lambda \in \overline{\mathbb{D}}$  beliebig. Geben Sie ein  $f \in H^\infty(\mathbb{D})$  mit  $\lambda \in \sigma(f)$  an.

Die Prüfung zur Funktionalanalysis I erfolgt mündlich. Um zur Prüfung zugelassen zu werden, müssen mindesten 40% der möglichen Übungspunkte erreicht werden. Geplant sind 12 Übungsblätter mit insgesamt 480 Punkten. Daraus ergibt sich, dass 192 Punkte für die Teilnahme an der Prüfung benötigt werden.

Studierende, die bereits einen erfolglosen Prüfungsversuch in Funktionalanalysis I absolviert und die Prüfung noch nicht bestanden haben, sind ebenfalls zugelassen.

Wer bei mir die Zulassung erwirbt, aber im Wintersemester 2023/24 nicht an der Prüfung teilnimmt, muss die Zulassung neu erwerben, wenn er oder sie später einmal an einer zur Funktionalanalysis I teilnehmen will. Es ist momentan nicht absehbar, wann die nächste Funktionalanalysis I gelesen wird.

**Abgabe:** Fr, 10.10.2023, 12:30 im ILIAS