

Übungen zur Funktionalanalysis II

67. (4P) Es sei Ψ wie in Aufgabe 66. Zeigen Sie, dass der Operator $\Psi(1,1)$ nicht hyperzyklisch ist. Wie passt das mit Theorem 14.7 zusammen?
68. (9P) Es sei $(T_t)_{t \geq 0}$ eine C_0 -Halbgruppe auf einem unendlich-dimensionalen, separablen Banachraum X . Zeigen Sie, dass die Halbgruppe genau dann hyperzyklisch ist, wenn sie topologisch transitiv ist.

Hinweis: An einer Stelle benötigen Sie Satz 15.4 oder zumindest die Idee aus dem Beweis.

69. (10P) Sei X ein komplexer Fréchetraum und seien $T_1, T_2: X \rightarrow X$ Operatoren derart, dass $T_1 \oplus T_2$ hyperzyklisch ist. Ferner sei $\lambda \in S^1$. Zeigen Sie

$$\text{HC}(T_1 \oplus T_2) = \text{HC}(T_1 \oplus \lambda T_2).$$

70. (8P) Sei X ein komplexer Fréchetraum, sei $n \in \mathbb{N}$ und seien $T_j: X \rightarrow X$, $j = 1, \dots, n$, Operatoren auf X derart, dass $T_1 \oplus T_2 \oplus \dots \oplus T_n$ hyperzyklisch ist. Ferner seien $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in S^1$. Zeigen Sie

$$\text{HC}(T_1 \oplus T_2 \oplus \dots \oplus T_n) = \text{HC}(\lambda_1 T_1 \oplus \lambda_2 T_2 \oplus \dots \oplus \lambda_n T_n).$$

71. (9P) Es sei v ein zulässiges Gewicht und es sei $(T_t)_{t \geq 0}$ die Translationshalbgruppe auf $L_v^p(\mathbb{R}^+)$. Die Translationshalbgruppe sei chaotisch. Zeigen Sie, dass es zu jedem $t > 0$ ein $s > 0$ gibt, so dass

$$\sum_{n=1}^{\infty} v(t + ns) < \infty.$$

Besprechung: Mo, 08.07.2024