

Übungen zur Vorlesung
Einführung in die additive Zahlentheorie – WS 2007/08
Blatt 3

Abgabe: Dienstag, den 13.11.2007, vor der Vorlesung

Aufgabe 1.

Zeige: Aus dem 3-Quadrate-Satz folgt der 4-Quadrate-Satz von Lagrange.

Aufgabe 2.

Zeige: Jede natürliche Zahl ist Summe dreier Dreieckszahlen
(der Form $\frac{1}{2}n(n+1)$).

Hinweis: Verwende den 3-Quadrate-Satz für natürliche Zahlen der Form $8N+3$.

Aufgabe 3.

Seien $k, m \in \mathbb{N}$, $m \leq k^2$, und sei m die Summe dreier Quadrate. Zeige, dass dann $6k(k^2 + m)$ die Summe von 6 nichtnegativen Kuben ist.

Aufgabe 4.

a) Zeige: Die für symmetrische $A, B \in M_n(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}^{n \times n}$ definierte Relation

$$A \sim B :\Leftrightarrow \exists U \in SL_n(\mathbb{Z}) : B = U^T A U$$

ist eine Äquivalenzrelation.

b) Seien F_A und F_B quadratische Formen in n Variablen mit $F_A(x_1, \dots, x_n) = F_B(x_1, \dots, x_n)$ für alle $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Z}^n$.
Zeige, dass dann $A = B$ folgt.