Mathematisches Institut
Abt. für Reine Mathematik 17.04.2007
Dr. K. Halupczok

Übungen zur Vorlesung

Elementare Zahlentheorie

SoSe 2007

Anwesenheitsaufgaben für die Übungen vom 20.-23. April

(1) Es sei n eine ungerade natürliche Zahl. Beweise:

$$n \mid \sum_{i=1}^{n} i$$

(2) Das Quadrat einer jeden ganzen Zahl ist entweder von der Form $3k$ oder $3k+1$.

(3) Zeige oder widerlege: Gilt $a \mid (b+c)$, so ist entweder $a \mid b$ oder $a \mid c$.

(4) $3 \mid (n^3 + 2n)$.

(5) $24 \mid (5^{2n} - 1)$.

(6) Für jedes $a \in \mathbb{Z}$ gilt $4 \nmid (a^2 + 2)$.

(7) Für alle $a \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$ zeige $(a, a+n) \mid n$,
und schließe daraus $(a, a+1) = 1$.

(8) Aus $(a, b) = 1$ und $c \mid (a+b)$ folgt $(a, c) = (b, c) = 1$.

(9) Berechne $(272, 1479)$.

(10) Zeige: Für einen gemeinsamen Teiler d von a und b gilt
$d = (a, b) \Leftrightarrow \left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$.

(11) Folgt aus $(a, b) = 1$ die Behauptung $(a+b, ab) = 1$?

(12) Zeige, dass gilt:

$$7 \mid (10a + b) \Leftrightarrow 7 \mid (a - 2b)$$