

Abgabe: Freitag, 25. November 2011, bis 12.00 Uhr in die jeweiligen Kästen

---

**Aufgabe 21 - Präsenzaufgabe (4 ÜP):**

Welche der folgenden Reihen konvergieren? Was sind gegebenenfalls die für Konvergenz erforderlichen Bedingungen an  $x$ ?

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \\ \text{(ii)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \\ \text{(iii)} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \text{ für } x \in \mathbb{R} \\ \text{(iv)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3} \text{ für } x \in \mathbb{R} \end{array}$$

**Aufgabe 22 (4 ÜP):**

Zeigen Sie: Falls  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergente Folgen reeller Zahlen sind, so dass  $a_n \leq b_n$  für alle hinreichend grossen  $n \in \mathbb{N}$  gilt, dann folgt  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

**Aufgabe 23 (4 ÜP):**

Zeigen Sie: Eine Folge reeller Zahlen konvergiert genau dann, wenn sie beschränkt ist und genau einen Häufungspunkt hat.

**Aufgabe 24 - Besprechung in der Zentralübung (4 ÜP):**

Zeigen Sie mit Hilfe des Vollständigkeitsaxioms, dass jede Cauchy-Folge reeller Zahlen in  $\mathbb{R}$  konvergiert.