

Grundlagen Math. / LA / Ana 1. Sem.

Grundlagen Math.:

- Aussagenlogik + Beweise, vollst. Ind.
- Mengenlehre $\cap, \cup, \setminus \leadsto$ (über-) abzählbar
- Aufbau des Zahlensystem
- $(\tilde{A}-)$ Relation / Abb. / Ordnungen
inj. / surj. / bij., Umkehrfkt.

→ Gruppe $\leadsto$ Körper

1. Analysis:

Vollständigkeit, $\mathbb{R}$
 $\leadsto$ Grenzwerttheorie
Eigensch. von Funktionen

2. Lineare Algebra:

Vektorräume
 $\hookrightarrow$ Lin. Abbildungen

1. Analysis:

Summen / Vielfache / Produkte / Potenzen
 $\sum_{i=1}^n a_i$ $\sum_{i=1}^n a_i = k a$ $\prod_{i=1}^n a_i$ $\prod_{i=1}^n a_i = a^n$

- Indexverschiebung / Teleskopsumme / Doppelsummen...

- (ende.) geometr. Summenformel /
geom. Reihe / harmon. Reihe

$$\sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$$

- bin. Satz, Fakultät

- Unglg. (Δ , $\leq$, arithm., & geom. Mittel, ...)
 $\uparrow$ Cauchy-Schwarz-Unglg.

$$\sum_{i=1}^n a_i b_i \leq \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n b_i^2 \right)^{1/2}$$

- Potenzen a^q mit $q \in \mathbb{Q}$, Potenzgesetze

Folgen/Reihen:

- Schranken, Supremum/Infimum, Grenzwert, bestimmte Div.,
Konvergenzkriterien (Monotonie, IUSchachtung, Cauchy-Krit., Reihenkrit.: $\sum a_i$; $kgt. \Rightarrow a_i \rightarrow 0$, Sandwich-Lemma, ...)
Grenzwertsätze, Teilfolgen, Häufungswerte, Bolzano-Weierstraß, $\limsup$, $\liminf$
- Reihen-Konvergenzkrit.: Cauchy-Krit., Majoranten-Krit., (Cauchy-) Verdichtungskrit., Leibniz-Krit., Quotientenkrit., Wurzel-Krit., Umordnungsätze
- Cauchy-Produkt $\left[\rightarrow \text{Exponentialfkt. } \exp(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \right.$
 $\hookrightarrow \exp(w)\exp(z) = \exp(w+z)$
 $\left. \rightarrow \text{trigonom. Fkt. / log-Fkt. / allg. Potenz } a^x, x \in \mathbb{R} \right]$

-
- Stetigkeit von Funktionen
(ε - δ -Stetigkeit $\Leftrightarrow$ Folgenstetigkeit)

Funktionsgrenzwert: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

ZWS,

Satz von Max./Min. auf kompakten I Ven
Stetigkeit der Umkehrfkt.

-
- Differenzierbarkeit von Funktionen: f ab. $\Rightarrow f$ st.

Differentialquotient/Ableitung,

Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel

- Satz von Rolle / MWS, Monotonie von Fkt., Extremwertg., de l'Hopital, Newton-Verfahren ...

- Riemann-Integral: HS der Diff.- und Integralrg.,
 MW S der I.-Rg.,
 partielle I., Substitutionsregel, uneigentl. Integral

- Glm. Konvergenz von Funktionsfolgen

- Potenzreihe: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$
 $\uparrow$ Entw. punkt

- Taylorreihe:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f \in \mathcal{C}^{n+1}(\mathbb{R})$$

$$f(x) = T_n f(x) + R_n(x)$$

$$= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + R_n(x)$$

$$= f(a) + \underline{f'(a)(x-a)} + \frac{f''(a)}{2} \cdot (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + R_n(x)$$

$$f(x) \approx T_n f(x)$$

$$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\uparrow}$$