

Anleitungstabelle nach G. Polya, „Schule des Denkens“:

In vier Schritten zur Lösung mathematischer Aufgaben (in jedem Schritt verfolgt man auch die drei Fragen: Wo soll ich beginnen? Was kann ich tun? Was kann ich erreichen?)

1. Schritt: Verstehen der Aufgabe/Analyse

- (a) Analyse der Daten der Aufgabe: Was ist unbekannt/gesucht? Was ist gegeben? Wie lautet die Voraussetzung? Was ist die Behauptung?
- (b) Lösbarkeit der Aufgabe: Ist die Voraussetzung erfüllbar? Reicht die Voraussetzung zur Lösung der Aufgabe/Bestimmung der Unbekannten? Ist die Voraussetzung unzureichend/überbestimmt/kontradiktorisch? Ist die Aufgabe sinnvoll/richtig gestellt?
- (c) Anschauung: Mache eine Skizze, führe passende Bezeichnungen ein.
- (d) Teile der Aufgabe analysieren: Trenne verschiedene Teile der Voraussetzung und Behauptung, kannst Du sie hinschreiben oder anders formulieren?

2. Schritt: Ausdenken eines Plans/Erarbeiten einer Lösungsstrategie

Suche den Zusammenhang zwischen den Daten und der Unbekannten/der zu zeigenden Behauptung. Untersuche Hilfsaussagen/bekannt Resultate aus früheren Übungen/der Vorlesung, wenn nicht ein unmittelbarer Zusammenhang gefunden werden kann. Ziel ist es, einen Plan zur Lösung der Aufgabe zu erhalten. Prüfe Deine Vermutung(en)!

- (a) Hast Du die Aufgabe so oder ähnlich schon einmal gesehen? Suche nach Mustern/Regelmäßigkeiten in der Aufgabe.
- (b) Kennst Du eine verwandte Aufgabe oder einen Satz (etwa aus der Vorlesung), der helfen könnte?
- (c) Betrachte die Unbekannte/die zu zeigende Behauptung. Kennst Du Aufgaben mit ähnlicher Unbekannten/Behauptung? Kannst Du diese bzw. ihr Ergebnis verwenden? Kannst Du ihre Methode verwenden? Kannst Du ein Hilfselement einführen, so dass das frühere Resultat verwendbar wird?
- (d) Kannst Du die Aussage der Behauptung anders ausdrücken? Gehe auf die Definition(en) zurück.
- (e) Versuche, eine verwandte Aufgabe zu lösen, kannst du Dir eine zugänglichere verwandte Aufgabe denken, etwa durch Änderung der Voraussetzung oder der Behauptung? Allgemeiner oder spezieller? Oder analog? Kannst Du einen Teil der Aufgabe lösen? Kannst Du die Aufgabe nach Veränderung der Voraussetzung oder Behauptung lösen?
- (f) Werden alle Daten/die ganze Voraussetzung/alle vorkommenden Begriffe benutzt?

3. Schritt: Ausführen des Plans (Synthese)

Kontrolliere bei der Ausführung jeden Schritt auf Richtigkeit. Kannst Du beweisen, dass jeder Schritt richtig ist?

4. Schritt: Rückschau/Prüfung/Vertiefung

- (a) Kannst Du das Resultat/den Beweis überprüfen? Etwa durch Einsetzen spezieller Zahlen usw. checken, ob es stimmt?
- (b) Kannst Du das Resultat auf verschiedene Weise ableiten? Es können viele Wege zum Ziel führen!
- (c) Kannst Du das Resultat/die Methode für irgend eine andere/spätere Aufgabe gebrauchen? Welches neue Wissen ergibt sich? Sollte man sich das Resultat/die Methode für später merken? Kann man so neue mathematische Aufgaben erfinden? Stimmt die Umkehrung? Oder eine Verallgemeinerung?