

Inhalte und Stichworte zum Repetitorium WiSe 2013/14

Karin Halupczok

Stand: 06.01.2014

Separate Ergänzungsteile:

1. Zornsches Lemma
 2. Abzählbarkeit und Cantorsche Diagonalverfahren
-

9 Teile zur Analysis 1:

[1] 16.10.13

- (a) **elementare Beweismethoden, vollständige Induktion**
Grundlagen: Logische Grundlagen, Beweise, vollständige Induktion
- (b) **axiomatische Charakterisierung der reellen Zahlen**
Aufbau des Zahlensystems: (Angeordnete) Körper, \mathbb{R} , \mathbb{C} , Summenformeln und Ungleichungen, Potenzen/Exponenten/Wurzeln
[A1, 1.3.3, 1.3.5-6, 1.5.1]

[2] 23.10.13

- Folgen, Grenzwerte, Supremum, Infimum**
Folgen und Konvergenz: Anordnung, Schranken, max/min, inf/sup
Absolut-Betrag, Konvergenz, Cauchy-Konvergenz, bestimmte Divergenz, uneigentliche Konvergenz, hinreichend groß/fast alle/unendlich viele, Vollständigkeitsaxiom, Konvergenzkriterien, Grenzwertsätze, Monotonie des Grenzwerts (u. a. „Sandwich“-Lemma), Teilfolgen, Häufungswert einer Folge, Häufungspunkt einer Menge, Bolzano-Weierstraß, limsup, liminf
[A1, 1.1.5-7, 1.2.4-6, 2.1]

[3] 30.10.13

- Konvergenzkriterien für Reihen**
Reihen, geometrische Reihe, harmonische Reihe, Rechenregeln für Reihen, absolute Konvergenz, Konvergenzkriterien, insb. Vergleichskriterien, „Teleskop“-Reihen, Klammersetzen in Reihen, Doppelfolgen und -reihen, Cauchyprodukt [A1, 2.3]

[4] 06.11.13

- Stetigkeit, Zwischenwertsatz**
Grenzwerte von Funktionen, Kriterien, Stetige Fortsetzung, Lipschitz-/Hölder-Stetigkeit, gleichmäßige Stetigkeit, Folgenstetigkeit und ε - δ -Stetigkeit, Zwischenwertsatz (Folgerung: Unter stetigen Funktionen werden Intervalle auf Intervalle abgebildet), Funktionsgrenzwerte und Häufungspunkt einer Menge
[A1, 3.1-3.2]

[5] 13.11.13

- Differentiation, Mittelwertsatz, Regel von L'Hospital, Umkehrsatz, lokale Extrema**
differenzierbar, stetig differenzierbar, Rechenregeln zum Ableiten, Satz von Rolle, Mittelwertsatz, Monotonie und Vorzeichen der Ableitung, Min./Max.-Bestimmung, Regel von de l'Hospital, Newton-Verfahren
[A1, 4.1]

- [6] 27.11.13
 die Exponentialfunktion im Komplexen, Trigonometrische Funktionen und Logarithmus, Additionstheoreme, Definition von π
 besondere Funktionen: Potenzen, Wurzeln, Polynome, rationale Funktionen, exp, log, Funktionalgleichungen für exp und log, trigonometrische Funktionen (sin, cos), Additionstheoreme, Definition von π
 [A1, 1.5.2-9, 4.1, 4.5]
- [7] 04.12.13
 das Riemannsches Integral, Mittelwertsatz, Hauptsatz der Integral- und Differentialrechnung
 Riemann-Integral, Unterteilung/Zerlegung, Ober- und Unterintegral, Riemann-integrierbar, das Integral als Grenzwert von Rechtecksummen, auf $[a, b]$ monotone Funktionen sind R-integrierbar, Stammfunktionen, Hauptsatz, Substitutionsregel, partielle Integration, Mittelwertsatz der Integralrechnung, Standardabschätzung von $\int f(x) dx$, uneigentliche Integrale
 [A1, 5]
- [8] 04.12.13
 Vertauschung von Grenzwertprozessen, gleichmäßige Konvergenz
 Funktionenfolgen, Punktweise und gleichmäßige Konvergenz, Stetigkeit bei gleichmäßiger Konvergenz, $\lim \int f_n(x) dx$ bei gleichmäßiger Konvergenz, ebenso: Ableiten bei gleichmäßiger Konvergenz, Weierstraß-Konvergenz-Kriterium
 [A1, 2.5, 3.2.7-8, 4.1.5, 5.1.10]
- [9] 11.12.13
 Taylorformel, Potenzreihen
 Rechnen mit Potenzreihen, Bestimmung des Konvergenzkreises/-radius/-intervalls, Nützlichkeit von Potenzreihen, Taylorreihen, Taylorformel, $f^{(n+1)} \equiv 0 \Rightarrow f$ ist Polynom, Lagrange-Restglied, Entwicklung in Potenzreihen.
 [A1, 4.3]

6 Teile zur Linearen Algebra I:

- [1] 16.10.13
 elementare Beweismethoden, Mengen und Abbildungen, Gruppen und Körper, komplexe Zahlen
 Grundlagen: Mengen, Familien und Mengensysteme, (Äquivalenz-)Relationen, Funktionen (inj., surj., bij.), abzählbare Mengen, Gruppen und Körper (Beweismethoden und \mathbb{C} vgl. Analysis-Teil)
 [B1, 1.1-4], [A1, 1.3.8]
- [2] 23.10.13
 Lineare Gleichungssysteme, Eliminationsverfahren von Gauß
 Matrizenrechnung, Zeilen-/Spaltenumformungen, Lösungskriterien, Gaußsches Eliminationsverfahren, Zeilenstufenform
 [B1, 2.4-5]

- [3] 30.10.13
Vektorräume, Basen und Dimension, direkte Summe und direktes Produkt
 Der \mathbb{R}^n , Gruppen, Ringe, Körper, Vektorräume, Vektoren, Lineare (Un)Abhängigkeit, Basis, Steinitz'scher Austauschsatz, Basisergänzungssatz, Dimension, Untervektorraum, Dimensionsformel, Summen und direkte Summen/direktes Produkt
 [B1, 2.1-3,3]
- [4] 06.11.13
Lineare Abbildungen, Rangsatz
 Lineare Abbildungen, Bild und Kern, Dimensionsformel (Rangsatz)
 [B1, 2.8]
- [5] 13.11.13
Zusammenhang zwischen Matrizen und linearen Abbildungen, Basiswechsel, Rang einer Matrix, Invertierbarkeit
 Zusammenhang zwischen Linearen Abbildungen und Matrizen, Darstellung einer Linearen Abbildung als Matrix bezüglich gewählten Basen, Basiswechsel, Rang einer Matrix, Invertierbarkeit
- [6] 20.11.13
Lineare Gleichungen, die Determinante und die Spur, Cramersche Regel
 Definition der Determinanten, Eigenschaften und Berechnung der Determinante, Leibniz-Formel, Rechenregeln, Spur, Lineare Gleichungssysteme: homogene und inhomogene, Struktur der Lösungsmenge, Lösungskriterien, Cramersche Regel
 [B1, 2.6-9]

4 Teile zur Geometrischen Linearen Algebra/Lineare Algebra II bis Weihnachten:

- [1] 27.11.13
Polynome und Polynomfunktionen
 Polynomring, Einsetzen von Matrizen und von Endomorphismen in Polynome, Teilbarkeit in Hauptidealringen, euklidische Ringe und euklidischer Algorithmus
 [B2, 2.1-3]
- [2] 11.12.13
Eigenwerttheorie und Diagonalisierbarkeit Eigenwerttheorie: Eigenwerte als Nullstellen des charakteristischen Polynoms und Eigenvektoren, Dimension des Eigenraums, Diagonalisierbarkeit, geometrische und algebraische Vielfachheit, Satz von Cayley–Hamilton, charakteristisches Polynom und Minimalpolynom, Begleitmatrix.
 [B2, 2.4-6]
- [3] 18.12.13
Jordansche Normalform
 f -invariante Unterräume, Haupträume, Theorie zur JNF, nilpotente Matrizen, JNF über \mathbb{R} und über \mathbb{C}
 [B2, 3,4]
- [4] 18.12.13
Gauß-Normalform, Satz von Frobenius
 Satz von Frobenius, Gauß-Normalform, Determinantenteiler, Invariantenteiler.

4 Teile zur Geometrischen Linearen Algebra/Lineare Algebra II:

(wird ev. noch leicht verändert/präzisiert)

[1] 08.01.14

Vektorräume und Skalarprodukte: Bilinearformen

Bilinearformen, quadratische Formen, reelle Skalarprodukte, hermitesche Formen, Orthogonalität, positiv und negativ (semi)definite Formen/Matrizen, Sylvesters Trägheitssatz, quadratische Formen und symmetrische Bilinearformen

[B2, 5.1-3]

[2] 15.01.14

Geometrie im \mathbb{R}^2 und in euklidischen Vektorräumen

Spat, Simplex, Kreuzprodukt, Spiegelungen und Drehungen, elementargeometrische Sätze mit vektorielllem Beweis, Geraden, Abstände zwischen Punkt und Geraden, orthogonale Gruppe, Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren, ONB, Geraden und Hyperebenen im \mathbb{R}^n , Hessesche Normalform, Orientierung und Determinantenvorzeichen, orthogonale und selbstadjungierte Abbildungen, Spektralsatz, Hauptachsentransformation

[B2, 5.4-6]

[3] 22.01.14

Affine Räume, Quadriken im \mathbb{R}^n

affine Unterräume, affine Basen, Kegelschnitte, Normalformen und Klassifikation von Quadriken: echte, ausgeartete und degenerierte Quadriken

[B2, 6]

[4] 29.01.14 Wiederholung, Beispiele

4 Teile zur Analysis 2:

[9] 08.01.14

(a) **Topologie-Grundlagen:** Intervalle, Umgebungen, offen und abgeschlossen, Häufungspunkt, isolierter Punkt, Kompaktheit, Zusammenhang, Stetigkeit, gleichgradige/gleichmäßige Stetigkeit, metrische und normierte Räume, Konvergenz in solchen Räumen, Koordinaten im \mathbb{R}^n , Banachscher Fixpunktsatz

[A1, 1.7.1-7], [A2, 6.1-2, 8.1]

(b) **Kurven und Rektifizierbarkeit:** parametrisierte Kurve, Bogenlänge, Rektifizierbarkeit

[A2, 8.2]

[10] 15.01.14

(a) **Mehrdimensionales Ableiten:** partielle und totale Differenzierbarkeit, Höhere Ableitungen, Kettenregel in mehreren Veränderlichen, Richtungsableitungen, Schrankensatz

[A2, 7.1, 7.2]

(b) **Mehrdimensionale Taylorformel** Taylorformel, Hessematrix

[A2, 7.2.4]

[11] 22.01.14

- (a) **Lokale Extrema:** Extremwerte in mehreren Variablen, Kriterien, Extrema mit Nebenbedingungen
[A2, 7.4, 7.5]
- (b) **impliziter Funktionensatz und lokale Umkehrbarkeit:** implizites Differenzieren, lokale und globale Umkehrbarkeit, Diffeomorphismen, Beweisidee für den impliziten Funktionensatz
[A2, 7.5]

[12] 29.01.14

- (a) **Untermannigfaltigkeiten und Immersionen:** Flächen, Oberflächenintegrale, UMF, Immersionen
[A2, 8.4, 8.5]
- (b) **Mehrdimensionale Integration:** mehrdimensionales Riemann-Integral, Lebesguemaß und -integral, Satz von Fubini, vektorwertige Integrale, parameterabhängige Integrale
[A2, 9, 10]

Literatur

[A1] Repetitorium der Analysis, Teil 1: Steffen Timmann, Binomi Verlag

[A2] Repetitorium der Analysis, Teil 2: Steffen Timmann, Binomi Verlag

[B1] Repetitorium der Linearen Algebra, Teil 1: Dr. Detlef Wille, Binomi Verlag

[B2] Repetitorium der Linearen Algebra, Teil 2: Dr. Michael Holz und Dr. Detlef Wille, Binomi Verlag