

ohne Abgabe, nur zur Besprechung in den Übungsgruppen am 18./19./20. April 2016

Aufgabe 1

Das Geburtsdatum des Diophantos von Alexandria ist unbekannt, die Angaben schwanken zwischen 100 v. Chr. und 350 n. Chr. Aus einer Quelle des 4. Jahrhunderts ist folgendes Epigramm überliefert:

Seine Jugend dauerte ein sechstel seines Lebens – sein Bartwuchs begann nach einem weiteren zwölftel seines Lebens – ein siebentel seines Lebens später heiratete er – fünf Jahre danach wurde sein Sohn geboren – dieser lebte halb so lange wie sein Vater – vier Jahre nach dem Tode des Sohnes starb auch der Vater.

Wie alt ist Diophantos von Alexandria geworden?

Aufgabe 2

Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$ und $n, d \in \mathbb{N}$.

- (a) Zeigen oder widerlegen Sie: Gilt $a \mid (b + c)$, so ist entweder $a \mid b$ oder $a \mid c$.
- (b) Zeigen Sie, dass $(a, a + n) \mid n$, und schließen Sie daraus $(a, a + 1) = 1$.
- (c) Aus $(a, b) = 1$ und $c \mid (a + b)$ folgt $(a, c) = (b, c) = 1$.
- (d) Folgt aus $(a, b) = 1$ die Behauptung $(a + b, ab) = 1$?
- (e) Zeigen Sie: $(ac, bc) = |c|(a, b)$
- (f) Zeigen Sie: $d = (a, b) \iff d \mid a, d \mid b$ und $(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}) = 1$

Aufgabe 3

- (a) Jede lineare diophantische Gleichung $ax + by = c$ hat genau dann eine Lösung, wenn $d \mid c$ mit $d = (a, b)$ gilt.
- (b) Ist $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ eine spezielle Lösung der Gleichung, dann haben alle anderen Lösungen die Form $x = x_0 + \frac{b}{d}t, y = y_0 - \frac{a}{d}t$ mit $t \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 4

- (a) Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus $d = (4081, 2585)$ und ganze Zahlen x, y mit $d = 4081x + 2585y$.
- (b) Zerlegen Sie die Zahl 1000 derart in zwei positive Summanden, dass der eine Summand durch 172 und der andere durch 20 teilbar ist. Gibt es nur eine einzige Möglichkeit dafür?