Übungen zur **Elementaren Zahlentheorie** — **Blatt 3**, 22.04.2013

Falko Lorenz, Karin Halupczok — SoSe 2013

Abgabetermin: Donnerstag, 2. Mai 2013, bis 12:00 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 9:

(a) Welche Massen können Sie mit einer Balkenwaage wiegen, wenn Sie beliebige Gewichte von 70 g und von 125 g zur Verfügung haben und in beide Waagschalen Gewichte legen dürfen?

(b) Zwei große, etwa halbvolle Badewannen stehen nebeneinander. Können Sie mit einem 7- und einem 11-Litermaß durch Hin- und Hergießen erreichen, daß schließlich das Wasser der einen Badewanne um einen Liter vermehrt, das der anderen um einen Liter vermindert ist?

Aufgabe 10:

(a) $\mathrm{ggT}(1.111.111.111, 111.111.111.111.111) = ?$

(b) Schreiben Sie die Jahreszahl Ihres Geburtsdatums in der Form $30m + 49n$ mit $m, n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 11:

Seien a, b, c ganze Zahlen mit $\mathrm{ggT}(a, b) = 1$. Es gibt dann ganze Zahlen x_0, y_0 mit $c = x_0a + y_0b$. Sei L die Menge aller Paare (x, y) ganzer Zahlen mit $c = xa + yb$. Man beweise

$$L = \{(x_0 - tb, y_0 + ta) \mid t \in \mathbb{Z}\}.$$

Aufgabe 12:

Sei R ein Hauptidealring. Zeige:

(a) Jede nichtleere Menge M von Hauptidealen von R besitzt ein maximales Element (a).

(b) Jedes Element $x \neq 0$ von R besitzt eine Zerlegung in unzerlegbare Elemente.

(Tip zu (a): Andernfalls gibt es eine Folge von Elementen a_n in R mit $(a_n) \subsetneqq (a_{n+1})$. Die Vereinigungsmenge I der zugehörigen Hauptideale (a_n) ist ein Ideal von R.)

(Die Aufgaben 9–11 sind dem Buch "Einladung zur Zahlentheorie" von *F. Ischebeck* entnommen.)