

Abgabetermin: Mittwoch, 15. Mai 2013, bis 16:10 Uhr in die Briefkästen

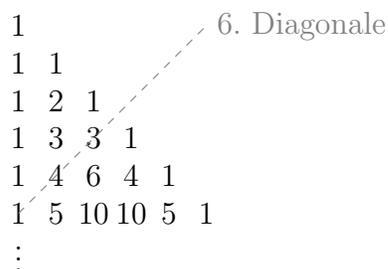
Aufgabe 17:

- (a) Wieviel Dezimalstellen hat u_{1000} ?
- (b) Ist u_n genau dann eine gerade Zahl, wenn n ein Vielfaches von 3 ist?
- (c) Ist u_n genau dann durch 7 teilbar, wenn n durch 8 teilbar ist?
- (d) Gibt es eine ungerade Fibonaccizahl, die durch 17 teilbar ist?
- (e) Was kann man über (Existenz und Wert von) $\lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{u_{m+n}}{u_m u_n}$ sagen?

Aufgabe 18:

(a) $\sum_{k=1}^n u_k = ?$ $\sum_{k=1}^n u_{2k-1} = ?$ $\sum_{k=1}^n u_k^2 = ?$

- (b) Man stelle einen Zusammenhang her zwischen der Summe aller derjenigen Zahlen des Pascalschen Dreiecks



die nicht unterhalb der n -ten Diagonalen liegen, und einer geeigneten Fibonaccizahl und beweise ihn. Was kann man nämlich über die Diagonalsummen selbst sagen?

Aufgabe 19:

Wir betrachten Brüche $\frac{b}{a}$ mit natürlichen Zahlen $b > a$. Man zeige:

- (a) Ist $a < u_{m+1}$, so besteht die Anwendung des Euklidischen Algorithmus auf a, b aus weniger als m Schritten, d. h. die Kettenbruchentwicklung von $\frac{b}{a}$ hat die Gestalt $[q_0; q_1, \dots, q_n]$ mit $n+1 \leq m-1$. Man gebe (zu beliebigem $m \geq 2$) ein Beispiel an, bei dem man genau $m-1$ Schritte benötigt.
- (b) Für die Anzahl N der Schritte beim Euklidischen Algorithmus für a, b gilt

$$N \leq \frac{\log a}{\log \alpha} + 1 \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

Aufgabe 20:

Zur Entlastung Ihrer fleißigen Korrektoren fällt diese Aufgabe aus. Dafür sind je 7 Punkte bei den Aufgaben 17 und 19 erzielbar und 6 bei Aufgabe 18.