Übungen zur **Blatt 3**
Elementaren Zahlentheorie 31.10.2014

Falko Lorenz, Karin Halupczok WiSe 2014/15

Abgabetermin: Freitag, 7. November 2014, bis 10:10 Uhr in die Briefkästen

---

Aufgabe 9:

(a) *Euler 1770*: Man zerlege 100 derart in zwei Summanden, daß der eine Summand durch 7 und der andere durch 11 teilbar ist.

(b) *Mahaviracarya 850*: Es werden 63 Bananenstauden gleicher Früchteanzahl und 7 Einzelfrüchte gleichmäßig an 23 Reisende verteilt. Wieviele Früchte enthält jede der Stauden?

Aufgabe 10:

(a) $\mathrm{ggT}(1.111.111.111, 111.111.111.111.111) = ?$

(b) Bestimmen Sie ganze Zahlen x, y, z, die der Gleichung $\mathrm{ggT}(385, 455, 637) = 385x + 455y + 637z$ genügen.

Aufgabe 11:

Seien a, b, c ganze Zahlen mit $\mathrm{ggT}(a, b) = 1$. Es gibt dann ganze Zahlen x_0, y_0 mit $c = x_0a + y_0b$. Sei L die Menge aller Paare (x, y) ganzer Zahlen mit $c = xa + yb$. Man beweise

$$L = \{(x_0 - tb, y_0 + ta) \mid t \in \mathbb{Z}\}.$$

Aufgabe 12:

Sei R ein Hauptidealring. Zeige:

(a) Jede nichtleere Menge M von Hauptidealen von R besitzt ein maximales Element (a).

(b) Jedes Element $x \neq 0$ von R besitzt eine Zerlegung in unzerlegbare Elemente.

(Tip zu (a): Andernfalls gibt es eine Folge von Elementen a_n in R mit $(a_n) \subsetneqq (a_{n+1})$. Die Vereinigungsmenge I der zugehörigen Hauptideale (a_n) ist ein Ideal von R.)