Übungen zur **Blatt 4**
**Elementaren Zahlentheorie** 07.11.2014

Falko Lorenz, Karin Halupczok WiSe 2014/15

**Abgabetermin:** Freitag, 14. November 2014, bis 10:10 Uhr in die Briefkästen

---

**Aufgabe 13:**

(a) Mit dem Euklidischen Algorithmus bestimme $d := (3341, 2613)$ sowie $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $d = 3341x + 2613y$.

(b) Man bestimme die Kettenbruchentwicklung von $\frac{49}{30}$. Man stelle Zähler und Nenner der Näherungsbrüche in einer Tabelle

| $q_k$ | | | $q_0$ | $q_1$ | $\dots$ | $q_{n-1}$ | $q_n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_k$ | 0 | 1 | $q_0$ | $c_1$ | $\dots$ | $c_{n-1}$ | 49 |
| $d_k$ | 1 | 0 | 1 | $d_1$ | $\dots$ | $d_{n-1}$ | 30 |

zusammen und lese ein Paar $(x, y)$ ab mit $30x + 49y = 1$.

**Aufgabe 14:**

(a) Man gebe die Primfaktorzerlegung von 34.411.014.000 an.

(b) Bestimme den ggT von 1457, 3751, 10013, 50375 und stelle ihn als ganzzahlige Linearkombination dieser Zahlen dar.

(c) Man bestimme das kgV der in (b) genannten Zahlen.

**Aufgabe 15:**

Bestimme die Kettenbruchentwicklung von $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $2 + \sqrt{5}$, $\sqrt{8}$.

**Aufgabe 16:**

Für die Approximation einer reellen Zahl $\alpha$ durch rationale Zahlen sind die Näherungsbrüche $\frac{c_k}{d_k}$, $k \geq 1$, der Kettenbruchentwicklung von $\alpha$ in folgendem Sinne optimal: Ist für teilerfremde ganze Zahlen $a, b$ mit $b > 0$ die Ungleichung

$$\left|\frac{a}{b} - \alpha\right| \leq \left|\frac{c_k}{d_k} - \alpha\right|$$

erfüllt und ist $\frac{a}{b} \neq \frac{c_k}{d_k}$, so folgt $b > d_k$.
(Hinweis: Es gilt $|\frac{a}{b} - \frac{c}{d}| \geq \frac{1}{bd}$, falls $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$. Man betrachte zuerst den Fall, daß $\frac{a}{b}$ und $\frac{c_k}{d_k}$ auf der gleichen Seite von $\alpha$ liegen.)