Übungsblatt Nr. 2, Besprechung am 13.9.2011

Aufgabe 1:

Sei $M = \{1, 2\}$ und $N = \{2, 3, 4\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(1) $M \subseteq N$ f	(5) $\{2, 4\} \subseteq N$ w	(9) $M \cap N = 2$ f
(2) $N \subseteq M$ f	(6) $2 \in M$ w	(10) $N \cap M = \{2\}$ w
(3) $M = N$ f	(7) $3 \subseteq N$ f	(11) $N \setminus M = \{1\}$ f
(4) $M \neq N$ w	(8) $\{2, \{3, 4\}\} \subseteq N$ f	(12) $N \setminus M = \{3, 4\}$ w

Aufgabe 2:

Ein paar Fragen zu Mengen:

(1) Warum kann die Menge $\{a, b, c\}$ weniger als 3 Elemente haben? Wenn $a=b$, hat man höchstens 2 Elemente.

(2) Wieviele Elemente enthält die Menge $\{3, 4, 3\}$? 2

(3) Ist das eine Menge: $A := \{A\}$? Nein, das ist Quatsch.

(4) Wieviele Elemente enthält folgende Menge: $\{\{2, 3, 4\}, \{4, 7\}\}$? 2, nämlich $\{2,3,4\}$ und $\{4,7\}$

(5) Wieviele verschiedene Teilmengen hat die Menge $\{1, 2, 3\}$? 8 Welche? $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$, $\{1,2,3\}$

(6) Beweisen Sie folgende Aussage: $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$. (s.u.)

Aufgabe 3:

Man betrachte die Menge F aller Frauen und die Menge M aller Männer im Hörsaal. Die Aussage $L(a, b)$ bedeute: a liebt b, oder, gleichbedeutend, b wird von a geliebt, aber im Allgemeinen nicht: b liebt a; dann wäre das Leben auch recht einfach.

Formalisieren, negieren und schreiben Sie die Negierung folgender Aussagen in deutscher Sprache auf:

(1) Kein Mann ist eine Frau. $\neg(\exists a \in M : a \in F)$

(2) Es gibt eine Frau, die ein Mann ist. $\exists b \in F : b \in M$

(3) Jeder Mann liebt eine Frau. $\forall a \in M \; \exists b \in F : L(a, b)$

(4) Jede Frau wird von einem der Männer geliebt. $\forall b \in F\ \exists a \in M: L(a,b)$

(5) Es gibt eine Frau, die von allen Männern geliebt wird. $\exists b \in F\ \forall a \in M: L(a,b)$

(6) Es gibt einen Mann, der keine Frau liebt, die von allen anderen Männern geliebt wird. $\exists a \in M: \big((\exists b \in F\ \forall c \in M \setminus \{a\}: L(c,b)) \Rightarrow \neg L(a,b)\big)$

Lösung zu Aufgabe 2,(6): Beh.: $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$

Bew.: Zeigen „$\Rightarrow$" und „$\Leftarrow$". Zu „$\Rightarrow$": Ist $x \in A = A \cap B$, folgt $x \in A$ und $x \in B$, also $x \in B$. Zu „$\Leftarrow$": $A \cap B \subseteq A$ ist klar. Es gilt auch $A \cap B \supseteq A$, denn ist $x \in A$, so folgt $x \in B$ nach Vor., also ist $x \in A \wedge x \in B$, d.h. $x \in A \cap B$. $\square$

Lösung zu Aufgabe 3: (Verneinungen)

$\neg(1)$: $\exists a \in M: a \in F$, Es gibt ein Mann, der eine Frau ist.

$\neg(2)$: $\neg(\exists b \in F: b \in M) \Leftrightarrow \forall b \in F: b \notin M$, Es gibt keine Frau, die ein Mann ist.

$\neg(3)$: $\exists a \in M\ \forall b \in F: \neg L(a,b)$, Es gibt einen Mann, der keine Frau liebt.

$\neg(4)$: $\exists b \in F\ \forall a \in M: \neg L(a,b)$, Es gibt eine Frau, die nicht von allen Männern geliebt wird.

$\neg(5)$: $\forall b \in F\ \exists a \in M: \neg L(a,b)$, Für jede Frau gibt es einen Mann, der sie nicht liebt.

$\neg(6)$: $\forall a \in M: \big(\exists b \in F\ \forall c \in M \setminus \{a\}: L(c,b)\big) \wedge L(a,b)$

Alle Männer lieben eine Frau, die von allen anderen Männern geliebt wird.