

Übungsblatt Nr. 3, Besprechung am 20.9.2011

Aufgabe 1:

Zeigen Sie den folgenden Satz mit vollständiger Induktion:

$$\forall n, x \in \mathbb{N} : (1 + x + x^2 + \cdots + x^n)(x - 1) = x^{n+1} - 1.$$

Schreiben Sie den Satz mitsamt Beweis so auf wie in der Vorlesung Beispiel Nr. 16 und 17.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie die binomischen Formeln, d.h. leiten Sie die folgenden Formeln her. Sie dürfen jeweils aber nur die Rechenregeln/Axiome aus der Vorlesung bzw. vorher Bewiesenes dafür verwenden.

$$(1) \quad \forall x, y \in \mathbb{R} : (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(2) \quad \forall x, y \in \mathbb{R} : (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(3) \quad \forall x, y \in \mathbb{R} : (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

$$(4) \quad \forall x, y \in \mathbb{R} : (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

Aufgabe 3:

In Definition 17 wurde mit der Aussage

$$\forall c \in \mathbb{N} : c|a \wedge c|b \Rightarrow c = 1$$

definiert, wann zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ teilerfremd sind. Wie kann man diese rein sprachlich ausdrücken? Schreiben Sie die formale Verneinung der Aussage auf und drücken Sie diese ebenfalls sprachlich aus.

Denken Sie daran, dass " $c|a$ " und " $c|b$ " ebenfalls Abkürzungen für Aussagen sind; diese enthalten einen Existenzquantor. Welche sind das? Wenn man diese Aussagen dann in die Aussage von Definition 17 einsetzt, wie lautet dann die formale Verneinung und ihre sprachliche Umsetzung?

[illegible]

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

Lösung zu Aufgabe 3: