# Übungsblatt Nr. 5, Besprechung am 29.9.2011

**Aufgabe 1:**

Seien $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ fest. Geben Sie (in Abhängigkeit von $a, b, c$) die Lösungsmenge der $x \in \mathbb{R}$ an, die die folgenden Gleichungen lösen.

$$a^{\ln(x^b)} = c, \quad x^x = 1, \quad (\ln(a))^x = b, \quad \exp(cx)^a = 2^b, \quad \ln\left(\frac{a}{e^{x-c}}\right) = b, \quad x^{2\ln a} = 2^b.$$

**Aufgabe 2:**

Untersuchen Sie, ob die angegebenen Folgen konvergieren. Falls ja, geben Sie den Grenzwert an.

$$a_n = (-1)^{n^2} \cdot \frac{1}{n}, \quad b_n = \begin{cases} n^3 \cdot \frac{1}{1-n} & \text{für } n \in \{13214, 13215, \ldots, 23535435\} \\ 100 & \text{sonst} \end{cases},$$

$$c_n = \left(-\frac{3}{2}\right)^n, \quad d_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n.$$

**Aufgabe 3:**

Die Stetigkeit einer Funktion $f$ kann man einerseits mit dem $\varepsilon$-$\delta$-Kriterium und andererseits mit dem Folgenkriterium (s. Vorlesung Def. 31 und Satz 7) definieren, beide Aussagen sind äquivalent.

(a) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := x^2$ .
Zeigen Sie mit dem $\varepsilon$-$\delta$-Kriterium, dass $f$ in 0 stetig ist.

(b) Sei $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{1}{x}$.
Zeigen Sie mit Hilfe des Folgenkriteriums, dass $f$ in 1 stetig ist.

(c) Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{1}{x}$. Zeigen Sie sowohl mit Hilfe des $\varepsilon - \delta$- als auch mit dem Folgenkriterium, dass $f$ in 0 nicht stetig fortsetzbar ist (d. h., man kann $f(0)$ definieren, wie man will, $f$ ist in 0 nicht stetig).

**Aufgabe 4:**

(ohne Besprechung) Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$, wobei $i^2 = -1$. Berechnen Sie weiter das komplex Konjugierte, den Betrag, das multiplikativ Inverse sowie das Quadrat dieser komplexen Zahlen.

$$\frac{1}{1-i}, \quad \frac{1-i}{1+i}, \quad \frac{(1+2i)^2}{2+3i}, \quad \frac{1+2i}{(2+3i)^2}, \quad \left(\frac{4-i}{2+i}\right)^2.$$