

Übungsblatt Nr. 3, Besprechung am 12.9.2013

Aufgabe 1:

Zeigen Sie den folgenden Satz mit vollständiger Induktion:

$$\forall n \in \mathbb{N} : 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}.$$

Schreiben Sie den Satz mitsamt Beweis so auf wie in der Vorlesung Beispiel Nr. 28/29.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie:

- (1) Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$ ist $n^2 > 2n + 1$.
- (2) Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 5$ ist $2^n > n^2$.
- (3) Die maximale Anzahl g_n der Gebiete, in die die Ebene durch Einzeichnen von n Geraden zerlegt werden kann, beträgt $g_n = \frac{n(n+1)}{2} + 1$.

Aufgabe 3:

In Definition 17 wurde mit der Aussage

$$\forall c \in \mathbb{N} : c \mid a \wedge c \mid b \Rightarrow c = 1$$

definiert, wann zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ teilerfremd sind. Wie kann man diese rein sprachlich ausdrücken? Schreiben Sie die formale Verneinung der Aussage auf und drücken Sie diese ebenfalls sprachlich aus.

Denken Sie daran, dass " $c \mid a$ " und " $c \mid b$ " ebenfalls Abkürzungen für Aussagen sind; diese enthalten einen Existenzquantor. Welche sind das? Wenn man diese Aussagen dann in die Aussage von Definition 17 einsetzt, wie lautet dann die formale Verneinung und ihre sprachliche Umsetzung?