

Übungsblatt Nr. 6, Besprechung am 24.9.2013

Aufgabe 1:

Seien $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$ fest. Geben Sie (in Abhängigkeit von a, b, c) die Lösungsmenge der $x \in \mathbb{R}$ an, die die folgenden Gleichungen lösen.

$$a^{\ln(x^b)} = c, \quad x^x = 1, \quad (\ln(a))^x = b,$$
$$\exp(cx)^a = 2^b, \quad \ln\left(\frac{a}{e^{x-c}}\right) = b, \quad x^{2\ln(a)} = 2^b.$$

Aufgabe 2:

Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$, wobei $i^2 = -1$. Berechnen Sie weiter das komplex Konjugierte, den Betrag, das multiplikativ Inverse sowie das Quadrat dieser komplexen Zahlen.

$$\frac{1}{1-i}, \quad \frac{1-i}{1+i}, \quad \frac{(1+2i)^2}{2+3i}, \quad \frac{1+2i}{(2+3i)^2}, \quad \left(\frac{4-i}{2+i}\right)^2.$$

Aufgabe 3:

Skizzieren Sie die folgende Menge in der komplexen Ebene:

$$M := \left\{ z \in \mathbb{C}; \left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 2 \right\}$$

Aufgabe 4:

Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt $\cos z \in \mathbb{R}$, $\cos z \in [-1, 1]$, $\cos z = 1$?