

Übungsblatt Nr. 3, Besprechung am 11.9.2014

Bitte das Übungsblatt möglichst ausgedruckt in die Übung mitbringen.

Aufgabe 1: Wahrheitswerte von Aussagen mit Mengen.

Sei $M = \{1, 2, 3\}$ und $N = \{3, 4\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- | | | |
|---------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| (1) $M \subseteq N$ | (5) $\{3\} \subseteq N$ | (9) $\{3, \{3, 4\}\} \subseteq N$ |
| (2) $N \subseteq M$ | (6) $2 \in M$ | (10) $M \cap N = 3$ |
| (3) $M = N$ | (7) $3 \subseteq N$ | (11) $N \setminus M = \{4\}$ |
| (4) $M \neq N$ | (8) $\{2, 3\} \subseteq N$ | (12) $N \setminus M = \{1, 2\}$ |

Aufgabe 2: Verständnis des Mengenbegriffs/Mengenverknüpfungen.

Ein paar Fragen zu Mengen:

- (1) Warum kann die Menge $\{a, b, c\}$ weniger als 3 Elemente haben?
- (2) Wieviele Elemente enthält die Menge $\{3, 4, 3\}$?
- (3) Ist das eine Menge: $A := \{A\}$?
- (4) Wieviele Elemente enthält folgende Menge: $\{\{6, 7, 8\}, \{3, 7\}\}$?
- (5) Warum ist die Aussage $\emptyset \subseteq \emptyset$ wahr?
- (6) Wieviele verschiedene Teilmengen hat die Menge $\{a, b, c\}$? Welche?
- (7) Beweisen Sie folgende Aussage: $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$.

Aufgabe 3: Aussagen mit Quantoren.

(a) Formulieren Sie die Negation der folgenden Aussagen.

- (1) Hunde, die bellen, beißen nicht.
- (2) Nachts sind alle Katzen grau.
- (3) 2 ist die einzige gerade Primzahl.
- (4) Jede gerade Zahl > 2 ist Summe zweier Primzahlen.

(b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

Geben Sie Beweise dafür an, d.h. beweisen Sie die Aussagen, welche wahr sind, und widerlegen Sie die Aussagen, welche falsch sind.

Formulieren Sie jeweils auch die Negation der Aussagen (1)–(4).

- (1) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x < y^2$.
- (2) $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : x < y^2$.
- (3) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$.
- (4) $\forall x \in \mathbb{R} : (x + 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.