Übungsblatt Nr. 5, Besprechung am 18.9.2014

Aufgabe 1: Vereinigung reeller Intervalle.

Schreiben Sie die folgende Teilmengen von $\mathbb{R}$ als Vereinigung von Intervallen und beweisen Sie Ihre Behauptung:

$$\begin{aligned}
&A := \{x \in \mathbb{R};\ |x| < 2\},\\
&B := \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R};\ |x| \leq 3\},\\
&C := \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R};\ |2x-3| \geq 0.5\},\\
&D := \{x \in \mathbb{R};\ x^2 < 4\} \cap \{x \in \mathbb{R};\ |x-2| \leq 3\},\\
&E := \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R};\ (x-1)^2 \geq 2\}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 2: Supremum, Maximum und obere Schranken.

Bestimmen Sie das Supremum und Maximum der folgenden Mengen reeller Zahlen, falls existent, und geben Sie jeweils die Menge aller oberer Schranken an:

$$\begin{aligned}
&A := \{e, 1\}, && D := \{2n;\ n \in \mathbb{N}\},\\
&B := \left\{2 - \frac{1}{n};\ n \in \mathbb{N}\right\}, && E := \{x \in \mathbb{Q};\ x^2 \leq 2\},\\
&C := \left\{\frac{n}{n+1};\ n \in \mathbb{N}\right\}, && F := \{x \in \mathbb{Q};\ (x+1)^2 = 3\}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 3: Injektive, surjektive und bijektive Abbildungen.

Bestimmen Sie, ob die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv sind:

$$\begin{array}{lllll}
a : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3\}, & a(1) = 1, & a(2) = 3, & a(3) = 3, & a(4) = 2\\
b : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}, & b(1) = 1, & b(2) = 3, & b(3) = 3, & b(4) = 2\\
c : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3,4\}, & c(1) = 1, & c(2) = 3, & c(3) = 4, & c(4) = 2\\
d : \{1,2,3,4\} \to \{1,2\}, & d(1) = 1, & d(2) = 1, & d(3) = 2, & d(4) = 1\\
e : \{1\} \to \{1,2,3,4,5\}, & e(1) = 5 & & &
\end{array}$$

$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(n) = 2n$

$g : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ g(1) = 1$ und $g(n) = n - 1$ für $n > 1$

$h : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ h(n) = n - 1,$ für gerades n und $h(n) = n + 1,$ für ungerades n