

## Letztes Übungsblatt Nr. 7, Besprechung am 25.9.2014

### Aufgabe 1: Rechnen mit exp und ln.

Seien  $a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$  fest. Geben Sie (in Abhängigkeit von  $a, b, c$ ) die Lösungsmenge der  $x \in \mathbb{R}$  an, die die folgenden Gleichungen lösen.

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & a^{\ln(x^b)} = c, & \text{(ii)} \quad x^x = 1, & \text{(iii)} \quad (\ln(a))^x = b, \\ \text{(iv)} & \exp(cx)^a = 2^b, & \text{(v)} \quad \ln\left(\frac{a}{e^{x-c}}\right) = b, & \text{(vi)} \quad x^{2\ln(a)} = 2^b. \end{array}$$

### Aufgabe 2: Rechnen mit komplexen Zahlen.

Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form  $a+ib$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , wobei  $i^2 = -1$ . Berechnen Sie weiter das komplex Konjugierte, den Betrag, das multiplikativ Inverse sowie das Quadrat dieser komplexen Zahlen.

$$\text{(i)} \quad \frac{1}{1+i}, \quad \text{(ii)} \quad \frac{1-2i}{1+2i}, \quad \text{(iii)} \quad \frac{1}{i} + \frac{2-i}{3i}, \quad \text{(iv)} \quad \left(\frac{1-2i}{2+i}\right)^2.$$

### Aufgabe 3: Zahlenmengen in der komplexen Ebene.

Skizzieren Sie die folgende Menge in der komplexen Ebene:

$$M := \left\{ z \in \mathbb{C}; \left| \frac{1-2z}{z+i} \right| = 1 \right\}$$

### Aufgabe 4\*: Werte komplexer trigonometrischer Funktionen.

Für welche  $z \in \mathbb{C}$  gilt (a)  $\sin z \in \mathbb{R}$ , (b)  $\sin z = 1$ ?