Vorkurs Mathematik, PD Dr. K. Halupczok,
WWU Münster, Fachbereich Mathematik und Informatik 1.9.2015

Übungsblatt Nr. 1, Besprechung am 3.9.2015

Bitte das Übungsblatt möglichst ausgedruckt in die Übung mitbringen. Die Aufgaben auf diesem Blatt sind vor allem als Diskussionsanregung in den Übungsgruppen gedacht, nicht unbedingt so sehr zum Lösen.

Aufgabe 1: Abituraufgaben in anderen Ländern.

Aufgabe 2 der Abituraufgaben Mathematik 2011 in Frankreich ("BAC"):
Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = xe^x - 1$.

a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$ et étudier le sens de variation de f.
b. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0, +\infty[$. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
c. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Deutsche Übersetzung: Sei f die auf $[0; +\infty[$ durch $f(x) = xe^x - 1$ definierte Funktion.

a. Bestimmen Sie den Grenzwert der Funktion f bei $+\infty$ und untersuchen Sie den Verlauf der Funktion f.
b. Zeigen Sie, dass die Gleichung $f(x) = 0$ eine eindeutig bestimmte Lösung α im Intervall $[0, +\infty[$ besitzt. Bestimmen Sie einen Näherungswert für α, der höchstens um 10^{-2} von α entfernt liegt.
c. Bestimmen Sie das Vorzeichen von $f(x)$ als Funktion von x.

Ist diese Aufgabe schwerer oder leichter als Ihre Abi-Aufgaben? Gibt es auch vergleichbare Abschlussaufgaben in anderen Ländern? Was berichten ehemalige Austauschschüler_innen über den Mathematikunterricht in anderen Ländern? Recherchieren Sie auch im Internet.

Aufgabe 2: Russische Bauernmultiplikation.

Es sollen die natürlichen Zahlen $k > 1$ und ℓ multipliziert werden. Man fertige eine Tabelle an, in deren erster Zeile k (linke Spalte) und ℓ (rechte Spalte) stehen. In die nächste Zeile schreibe man in die linke Spalte $\frac{k}{2}$, falls k gerade und $\frac{k-1}{2}$, falls k ungerade ist. Unter ℓ schreibe man 2ℓ. So fahre man fort, bis in der linken Spalte 1 erreicht ist. Dann streiche man alle Zeilen, die in der linken Spalte eine gerade Zahl enthalten, und addiere alle in der rechten Spalte verbliebenen Zahlen. Das Ergebnis ist $k \cdot \ell$.
Warum funktioniert das Verfahren?

Im Beispiel:
$k = 25, \quad \ell = 17$

k	ℓ
25	17
12	~~34~~
6	~~68~~
3	136
1	272
	$425 = 25 \cdot 17.$

Aufgabe 3: Logelei.

Auf der Insel Morgenstern gibt es Werwölfe, Weswölfe, Wemwölfe und Wenwölfe, aber nicht alle haben schon mal den Dorfschulmeister besucht.

(a) Wenn es Wen- aber keine Weswölfe gibt, die den Dorfschulmeister besucht haben, dann haben alle Wemwölfe den Dorfschulmeister besucht.
(b) Wenn weder alle Wer- noch alle Wenwölfe den Dorfschulmeister besucht haben, dann gibt es unter den Weswölfen welche, die den Dorfschulmeister besucht haben und andere, die ihn nicht besucht haben.
(c) Der Dorfschulmeister hat höchstens zwei verschiedene Wolfsarten gesehen.
(d) *Genau eine* der folgenden beiden Aussagen A und B ist wahr: A. Wenn alle Weswölfe den Dorfschulmeister besucht haben, dann auch alle Werwölfe. B. Wenn alle Wenwölfe den Dorfschulmeister besucht haben, dann auch alle Wemwölfe.

Welche Wölfe haben den Dorfschulmeister besucht?