

-1-
Notizen vom 15. Sep. 2016:

Zusammenfassung: Aufschreiben eines Widerspruchsbeweises

Satz: $A \Rightarrow B$

1. Formulierung der Annahme $\neg B$, wie z.B.
"angenommen, B gelte nicht"
2. Formulierung eines direkten Beweises von
 $A \wedge \neg B \Rightarrow C$, d.h. die Herleitung von C
aus der Annahme $\neg B$ und der v.n. A.
3. Feststellung, dass C falsch ist:
"Widerspruch", " $\hookrightarrow$ "... und somit der
Beweis zuende ist: $\square$, qed, w.z.b.w.

Bsp.: Satz: Für $x > 9$ hat die Glg. $\sqrt{x} = 2$
keine Lösung.

Bew. (durch $\hookrightarrow$):

1. Angenommen, $x > 9$ sei eine Lösung von $\sqrt{x} = 2$.
2. Dann: $2 = \sqrt{x} > \sqrt{9} = 3$, also $2 > 3$.
 $\uparrow$
 $x > 9$

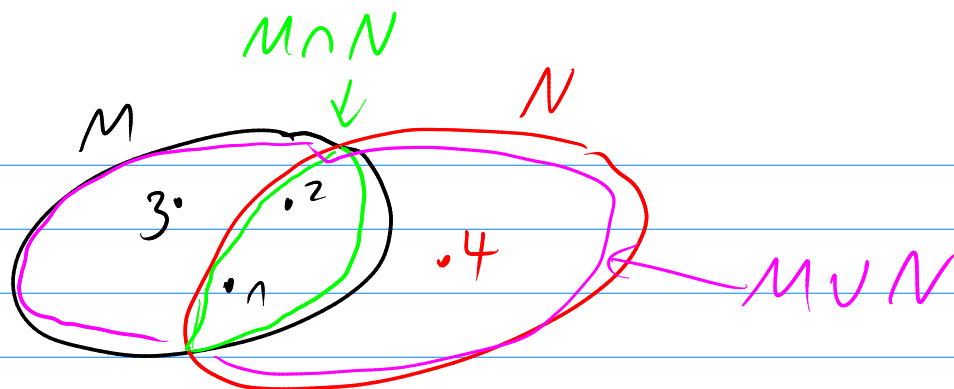
3. $\hookrightarrow$, $2 > 3$ ist falsch. $\square$

Bsp.: $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{1, 2, 4\}$

$$2 \in M, 3 \notin N \Leftrightarrow \neg(3 \in N)$$

$$\begin{aligned} M \cap N &= \{1, 2\}, & M \cup N &= \{1, 2, 3, 4\} \\ \{1, 2\} &\subseteq M, & M \setminus N &= \{3\}, & N \setminus M &= \{4\} \end{aligned}$$

-2-



Def.: Seien A, B Mengen.
 Produktmenge von A und B :

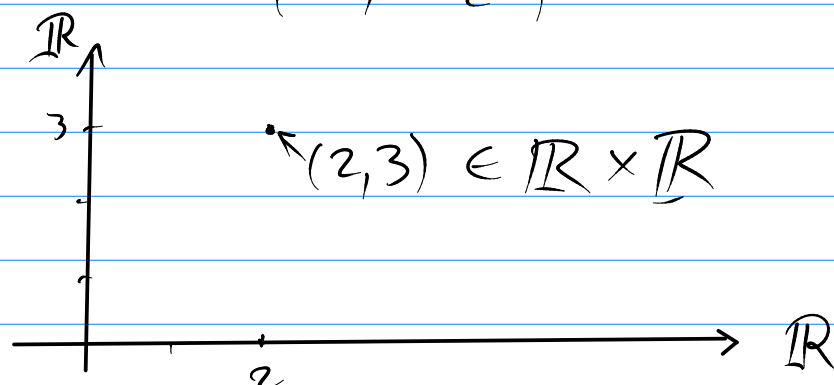
$$A \times B := \{(x, y); x \in A, y \in B\}$$

Bsp.: $A = B = \mathbb{R}$

$$\rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} := \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}\}$$

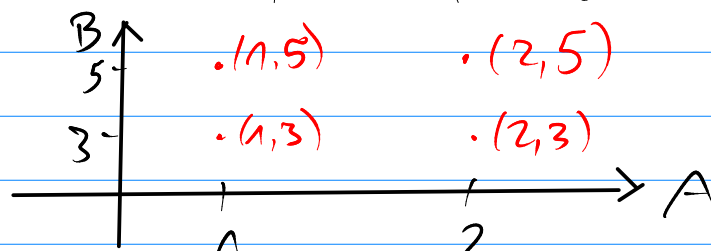
$$\text{z.B. } (-2, -3.1) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$(1, -2) \in \text{"}$$



Kartesisches
 Koordinaten-
 system

Bsp.: $A = \{1, 2\}, B = \{3, 5\}$



$$A_1 \times A_2 \times A_3 = \{ \underbrace{(x_1, x_2, x_3)}_{\text{tripel}}; x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3 \}$$

-3-

$$A_1 \times \dots \times A_n = \left\{ \underbrace{(x_1, \dots, x_n)}_{n\text{-Tupel}}; \dots \right\}$$

$$\mathbb{R}^2 := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

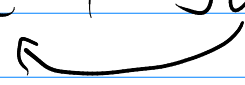
$$\mathbb{R}^3 := \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad \rightsquigarrow \mathbb{R}^n$$

Umgang mit Quantoren:

→ $\forall, \exists$ sind nicht beliebig vertauschbar

Bsp.: $T = \{\text{Töpfe}\}, D = \{\text{Deckel}\}$

$P(d, t) = \text{"Auf den Topf } t \text{ passt der Deckel } d\text{"}$

$\forall t \in T \exists d \in D : P(d, t)$ "Auf jeden Topf passt ein Deckel".


$\exists d \in D \forall t \in T : P(d, t)$ "Es gibt einen Deckel, der passt auf jeden Topf."

→ Verneinung von Aussagen mit Quantoren:

$$1.) \neg (\exists x \in M : E(x)) \Leftrightarrow \forall x \in M : \neg E(x)$$

$$2.) \neg (\forall x \in M : E(x)) \Leftrightarrow \exists x \in M : \neg E(x)$$