

## Übungsblatt Nr. 2, Besprechung am 13.9.2016

Bitte das Übungsblatt möglichst ausgedruckt in die Übung mitbringen.

### Aufgabe 1: Deutsch $\rightarrow$ Formel, Formel $\rightarrow$ Deutsch

Gegeben seien folgende deutsche Sätze:

1. "Person  $x$ , die keinen anderweitigen Anspruch auf Absicherung im Krankheitsfall hat und zuletzt gesetzlich krankenversichert war, ist versicherungspflichtig."
2. "Wenn man nachts ohne Licht fährt, sieht man nichts; es sei denn, es ist Vollmond."

Schreiben Sie die Sätze jeweils formal als Implikation auf (kürzen Sie Teile davon ab als  $A$ ,  $B$ ,  $C$  usw.), und bilden Sie die formale Verneinung bzw. Kontraposition. Wie formuliert man die Verneinung bzw. Kontraposition wieder als deutschen Satz?

**Beispiel 1:** Der Satz "Wenn es regnet oder der Gulli überläuft, wird die Straße nass." ist formalisierbar als  $(A \vee B) \Rightarrow C$ . Die Verneinung ist  $\neg((A \vee B) \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(\neg(A \vee B) \vee C) \Leftrightarrow \neg(\neg(A \vee B)) \wedge \neg C \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge \neg C$  und bedeutet "Es regnet oder der Gulli läuft über, und die Straße bleibt trocken." Die Kontraposition ist  $(\neg C \Rightarrow \neg(A \vee B)) \Leftrightarrow (\neg C \Rightarrow (\neg A \wedge \neg B))$  und bedeutet "Wenn die Straße trocken bleibt, dann regnet es nicht, und auch der Gulli läuft nicht über."

### Aufgabe 2: Rechnen mit Aussagenformeln.

Seien  $A$  und  $B$  Aussagen. Formulieren Sie die folgenden Aussagen um in dazu äquivalente Aussagen, die nur mit den Zeichen  $\wedge, \vee$  und  $\neg$  auskommen. Verwenden Sie dafür die Logikregeln aus der Vorlesung.

1.  $\neg(A \Rightarrow B) \wedge A$
2.  $\neg(A \wedge (B \vee \neg A)) \Rightarrow A$
3.  $(A \Rightarrow B) \wedge \neg(B \Rightarrow A)$
4.  $\neg(A \vee (B \Leftrightarrow A))$

### Aufgabe 3: Beispiele durch Einsetzen

Setzen Sie erlaubte Objekte ein, um explizite Beispiele für folgende Aussagen zu konstruieren:

- (1) Ist  $p > 5$  eine Primzahl, dann ist  $p^4 - 10p^2 + 9$  durch 1920 teilbar.
- (2) Für jede natürliche Zahl  $n$  ergibt auch die Zahl

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

eine natürliche Zahl.

- (3) Für jede Quadratzahl  $q = n^2$  hat die Gleichung  $x^2 - (q + 1)y^2 = 1$  die Lösung  $x = 2n^2 + 1$  und  $y = 2n$ .
- (4) Die Schnittmenge zweier verschiedener Geraden in der Ebenen  $\mathbb{R}^2$  ist entweder leer oder enthält nur ein einziges Element.
- (5) Sei  $B$  eine beliebige Aussage. Für jede falsche Aussage  $A$  gilt dann  $\neg A \wedge B \Leftrightarrow B$ .