

Übungsblatt Nr. 4, Besprechung am 20.9.2016

Bitte das Übungsblatt möglichst ausgedruckt in die Übung mitbringen.

Aufgabe 1: Verständnis des Mengenbegriffs/Mengenverknüpfungen.

(i) Sei $U = \{1, 2, 3\}$ und $V = \{2, 4\}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- | | | | |
|---------------------|----------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $U \subseteq V$ | (5) $\{2\} \subseteq V$ | (9) $\{2, \{2, 4\}\} \subseteq V$ | (13) $\emptyset \subseteq \emptyset$ |
| (2) $V \subseteq U$ | (6) $3 \in U$ | (10) $U \cap V = 3$ | (14) $\{1, 4\} \subseteq U \cup V$ |
| (3) $U = V$ | (7) $2 \subseteq V$ | (11) $V \setminus U = \{4\}$ | (15) $U \cap V \supseteq \{1, 2\}$ |
| (4) $U \neq V$ | (8) $\{2, 3\} \subseteq V$ | (12) $V \setminus U = \{1, 3\}$ | (16) $\{2\}^2 \subseteq U \times V$ |

(ii) Wieviele verschiedene Teilmengen hat die Menge $\{a, b, c\}$? Welche?

(iii) Beweisen Sie folgende Aussage: Für zwei beliebige Mengen A und B gilt
 $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$.

Aufgabe 2: Negation von Aussagen mit Quantoren.

Formulieren Sie die Negation der folgenden Aussagen.

- (1) Hunde, die bellen, beißen nicht.
- (2) Nachts sind alle Katzen grau.
- (3) 2 ist die einzige gerade Primzahl.
- (4) Jede gerade Zahl > 2 ist Summe zweier Primzahlen.

Aufgabe 3: Beweise von Aussagen mit Quantoren

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

Geben Sie Beweise dafür an, d.h. beweisen Sie die Aussagen, welche wahr sind, und widerlegen Sie die Aussagen, welche falsch sind.

Formulieren Sie jeweils auch die Negation der Aussagen (1)–(4).

- (1) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x < y^2$.
- (2) $\exists y \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : x < y^2$.
- (3) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$.
- (4) $\forall x \in \mathbb{R} : (x + 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.