

Übungen zur Differentialgeometrie
(Winter 2023/24)
14. Übungsblatt (23.1.2024)

Abgabe der Lösungen Dienstag, 30.1.2024, bis 10:30 in der Vorlesung.

Übung 14.1. Sei $G = \mathbf{SO}(k)$ mit der riemannschen Metrik aus Übung 12.1. Zeigen Sie (z.B. mit der Koszul-Formel) $\nabla_X X = 0$ für den Levi-Civita-Zusammenhang auf G und jedes links-invariante Vektorfeld X . (15 Punkte)

Übung 14.2. Sei $G \subseteq \mathbf{SO}(n)$ eine Lie-Untergruppe mit der induzierten Metrik.

- a) Zeigen Sie mit Hilfe von Übung 14.1 für den Levi-Civita-Zusammenhang $\nabla_X X = 0$ für jedes links-invariante Vektorfeld.
- b) Folgern Sie aus (a) für links-invariante Vektorfelder X, Y

$$\nabla_X Y = \frac{1}{2}[X, Y] .$$

- c) Berechnen Sie die Krümmung als

$$\Omega(X, Y)Z = \frac{1}{4}[Z, [X, Y]] \quad (X, Y, Z \in \mathfrak{g}) .$$

- d) Beweisen Sie für $X, Y, Z, W \in \mathfrak{g}$

$$R(X, Y, Z, W) = \frac{1}{4}g([X, Y], [Z, W]) .$$

(5+5+10+15 Punkte)

Sie finden die Aufgabenblätter unter

<http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2023-24/Vorlesung.html>