

Übungen zur Funktionentheorie  
(Sommer 2023)  
13. Übungsblatt (27.6.2023)

Abgabe der Lösungen nächsten Dienstag, 4.7.2023, bis 10:30 in der Vorlesung.

**Übung 13.1.** Zeigen Sie die Teile (3) und (4) von Lemma 3.18. (12+13 Punkte)

**Übung 13.2.** Sei  $P(z) = a_n z^n + \dots + a_0$  ein Polynom vom Grad  $n$

a) Zeigen Sie, dass sich  $P$  zu einer holomorphen Abbildung  $\hat{P} : \mathbf{P}^1\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{P}^1\mathbf{C}$  fortsetzen lässt.

b) Folgern Sie mit Kor. 3.20 den Fundamentalsatz der Algebra.

(20+5 Punkte)

**Übung 13.3.** Beweisen Sie, dass  $\mathcal{M}(\mathbf{P}^1\mathbf{C})$  genau die rationalen Funktionen enthält. (Tipp: Zeigen Sie, dass  $f \in \mathcal{M}(\mathbf{P}^1\mathbf{C})$  nur endlich viele Pole hat, und argumentieren Sie wie im Beweis von Lemma 2.43). (25 Punkte)

**Übung 13.4.** Sei  $X$  ein Hausdorff-Raum,  $Y$  eine Riemannsche Fläche und  $p : X \rightarrow Y$  lokal ein Homöomorphismus. Beweisen Sie, dass  $X$  eine komplexe Struktur trägt, für die  $p$  lokal biholomorph ist. Zeigen Sie, dass die komplexe Struktur auf  $X$  durch diese Bedingung eindeutig bestimmt ist. (25 Punkte)

Sie finden die Aufgabenblätter unter

<http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2023/Vorlesung.html>