Übungen zur Globalen Analysis I

(Winter 2024/25)

3. Übungsblatt (22.10.2024)

Abgabe der Lösungen nächsten Dienstag, 29.10.2024, bis 10:30 in der Vorlesung.

Übung 3.1. *Seien φ, ψ die zwei Abbildungen*

$$\begin{aligned} \varphi :]-3,3[\times]-5,5[&\to \mathbf{R}^2, (x,y) &\mapsto (3x+4y, 4y)\ , \\ \psi :]1,3[\times]1,5[&\to \mathbf{R}^2, (x,y) &\mapsto (2x, x^2+y)\ . \end{aligned}$$

Überprüfen Sie, dass φ, ψ mit dem passend eingeschränkten Bildbereich Karten des $\mathbf{R}^2$ sind, und berechnen Sie, wann zwei Tangentialvektoren $[(\varphi, v)]$, $[(\psi, w)]$ des $\mathbf{R}^2$ gleich sind. *(25+25 Punkte)*

Übung 3.2. *Konstruieren Sie ein nullstellenfreies Vektorfeld auf S^{2n-1} für $n \in \mathbf{Z}^+$. (Tipp: Verwenden Sie für die Konstruktion nicht die stereographischen Projektionen, sondern die Standard-Einbettung $S^{2n-1} \subset \mathbf{C}^n$).* *(25 Punkte)*

Übung 3.3. *Verifizieren Sie noch einmal mit Hilfe der stereographischen Projektionen, dass TS^1 und $S^1 \times \mathbf{R}$ diffeomorph sind. (Tipp: Bei der Konstruktion des Diffeomorphismus kann es helfen, sich klarzumachen, auf welchen Vektor in $T\mathbf{R}$ ein Tangentialvektor der Länge 1 des Kreises abgebildet wird.)* *(25 Punkte)*