

Übungen zur Globalen Analysis I  
(Winter 2024/25)  
4. Übungsblatt (4.11.2024)

Abgabe der Lösungen nächsten Montag, 11.11.2024, bis 16:30 in der Vorlesung.

Auf  $M = \mathbf{R}^n$  verwenden wir die Notation  $\frac{\partial}{\partial x_j}$  für das Vektorfeld, das konstant gleich dem  $j$ -ten Einheitsvektor  $(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^t$  ist. .

**Übung 4.1.** Sei  $M := \mathbf{R}^2 / (2\pi\mathbf{Z})^2$  ein zweidimensionaler Torus und  $X, Y \in \Gamma(M, TM)$  mit

$$X_{\binom{x}{y}} := \frac{\partial}{\partial x} + \cos(2y) \frac{\partial}{\partial y}, \quad Y_{\binom{x}{y}} := \sin^2(x) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(x+y) \frac{\partial}{\partial y}$$

(bzw. in anderen Schreibweise  $X_{\binom{x}{y}} := \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2y \end{pmatrix}$ ,  $Y_{\binom{x}{y}} := \begin{pmatrix} \sin^2 x \\ \cos(x+y) \end{pmatrix}$ ). Sei für  $n \in \mathbf{N}$

$$g : M \rightarrow \mathbf{R}, \\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \cos(x + ny).$$

Berechnen Sie  $T_{\binom{x}{y}}g(X)$  und  $T_{\binom{x}{y}}g(Y)$ . (20 Punkte)

**Übung 4.2.** Sei mit den Bezeichnungen von Übung 4.1  $f : M \rightarrow M, \binom{x}{y} \mapsto \binom{y}{x}$ . Berechnen Sie  $f_*X$ ,  $f_*Y$  und  $[X, Y]$ . (30 Punkte)