

Übungen zu Komplexen Mannigfaltigkeiten
(Winter 2024/25)
5. Übungsblatt (11.11.2024)

Abgabe der Lösungen nächsten Montag, 18.11.2024, bis 16:30 in der Vorlesung.

Übung 5.1. Sei $U \subset \mathbf{C}^n$ offen, $f \in C^\infty(U, \mathbf{C})$, $\overline{D_r(z_0)} \subset U$ ein Polyzylinder vom Radius r um $z_0 = (z_1, \dots, z_n)$. Schreiben Sie das Integral

$$\frac{1}{(2\pi i)^n} \oint \dots \oint \frac{f(w_1, \dots, w_n) dw_1 \dots dw_n}{(w_1 - z_1) \dots (w_n - z_n)}.$$

um als ein Integral in den Variablen t_j , die die Kreise $z_j + re^{2\pi i t_j}$ parametrisieren. (10 Punkte)

Übung 5.2. Sei $U \subset \mathbf{C}^n$ offen und $f \in C^\infty(U, \mathbf{C})$ holomorph. Beweisen Sie das Maximumprinzip: Falls $|f|$ ein lokales Maximum bei z_0 hat, so ist f auf einer Umgebung von z_0 konstant. Folgern Sie, dass f auf der Zusammenhangskomponente von U , die z_0 enthält, konstant ist. (Tipp: Es kann hilfreich sein, zunächst zu zeigen, dass das Argument von f konstant ist.) (20 Punkte)

Übung 5.3. Beweisen Sie, dass jede offene Teilmenge einer komplexen Mannigfaltigkeit wieder eine komplexe Mannigfaltigkeit ist. (20 Punkte)