

Übungen zu Komplexen Mannigfaltigkeiten
(Winter 2024/25)
9. Übungsblatt (9.12.2024)

Abgabe der Lösungen nächsten Montag, 16.12.2024, bis 16:30 in der Vorlesung.

Übung 9.1. Für ein komplexes Vektorbündel $E \rightarrow M$ sei das zugehörige projektive Bündel $\mathbf{P}E \rightarrow M$ definiert als Quotient von $E \setminus \{0\}$ durch die Relation $s \sim \lambda s$ für $s \in E_p \setminus \{0\}$, $\lambda \in \mathbf{C}^\times$. Sei $n \in \mathbf{Z}$ und

$$F_n := \left\{ ((a : b), (x : y : z)) \in \mathbf{P}^1\mathbf{C} \times \mathbf{P}^2\mathbf{C} \mid a^{-n}x = b^{-n}y \right\}.$$

- a) Zeigen Sie, dass F_n eine komplexe Mannigfaltigkeit ist.
- b) Beweisen Sie mit der Projektion $\pi : F_n \rightarrow \mathbf{P}^1\mathbf{C}$ auf den ersten Faktor, dass sich F_n mit dem Raum identifizieren läßt, der entsteht, wenn jede Faser von $\mathcal{O}(0) \oplus \mathcal{O}(-n) \rightarrow \mathbf{P}^1\mathbf{C}$ durch $\mathbf{P}(\mathcal{O}(0) \oplus \mathcal{O}(-n))$ ersetzt wird.

(25+25 Punkte)