

Übungen zu Komplexen Mannigfaltigkeiten
(Winter 2024/25)
12. Übungsblatt (13.1.2025)

Abgabe der Lösungen Montag, 20.1.2025, bis 16:30 in der Vorlesung.

Übung 12.1. Zeigen Sie für einen Torus $M = \mathbf{C}^n / \Lambda$, dass $H^\bullet(M) \cong \Lambda^\bullet \mathbf{R}^{2n}$ und $H^{\bullet,\bullet}(M, \mathcal{O}) \cong \Lambda^\bullet \mathbf{C}^n \wedge \Lambda^\bullet \mathbf{C}^n$. Es gibt dafür viele Methoden, probieren Sie einmal folgende: Mit $\Lambda^* := \{\mu \in (\mathbf{C}^n)^* \mid \mu(\Lambda) \subset \mathbf{Z}\}$ betrachte die Operation von $d, \bar{\partial}$ auf Formen der Gestalt $\omega|_x = \sum_I a_I(x) dx^I := \sum_{I, \mu \in \Lambda^*} a_{I, \mu} e^{2\pi i \mu(x)} dx^I$ und verwenden Sie Vorkenntnisse über Fourierentwicklung. (50 Punkte)