

Übungen zu Globaler Analysis II
(SoSe 2025)
10. Übungsblatt (10.6.2025)

Abgabe der Lösungen nächsten Dienstag, 17.6.2025, bis 10:30 in der Vorlesung.

Übung 10.1. *Folgern Sie wie in Übung 9.1 aus der Existenz einer Metrik auf einer kompakten orientierten Mannigfaltigkeit M mit nicht-negativer Ricci-Krümmung, dass $\dim H^1(M) \leq \dim M$. (30 Punkte)*

Übung 10.2. *Folgern Sie aus $\dim H^1(M) = \dim M$ in Übung 10.1, dass M eine flache Metrik trägt und \mathbf{R}^n isometrisch auf M operiert (das impliziert, dass M ein Torus ist). (Tipp: Verwenden Sie Flüsse). (35 Punkte)*

Übung 10.3. *Berechnen Sie für ein komplexes Vektorbündel $E \rightarrow M$ mit Krümmung Ω und die charakteristische Klasse*

$$\mathrm{Td}(E) := \left[\det \left(\frac{\frac{-\Omega}{2\pi i}}{1 - \exp\left(\frac{\Omega}{2\pi i}\right)} \right) \right] \in H^\bullet(M)$$

die Anteile in $H^0(M), H^2(M), H^4(M), H^6(M)$ in Termen der Chern-Klassen $c_q(E)$. (35 Punkte)

Sie finden die Aufgabenblätter auch unter

<http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2025/Vorlesung.html>