

Übungen zu Globaler Analysis II

(SoSe 2025)

11. Übungsblatt (17.6.2025)

Abgabe der Lösungen nächsten Dienstag, 24.6.2025, bis 10:30 in der Vorlesung.

Übung 11.1. *Zeigen Sie, dass die Signatur einer 4-dimensionalen Spin-Mannigfaltigkeit durch 8 teilbar ist (tatsächlich ist sie sogar durch 16 teilbar, wie man mit einer \mathbf{H} -Modul-Struktur auf dem Spinor-Bündel zeigen kann).*
(25 Punkte)

Übung 11.2. *Berechnen Sie unabhängig voneinander die Signatur von $\mathbf{P}^2\mathbf{C}$ mit der Definition und mit dem Signatursatz.*
(15+15 Punkte)

Übung 11.3. *Sei M eine kompakte orientierte 2-dimensionale Riemannsche Mannigfaltigkeit und J die kanonische komplexe Struktur auf TM . Jede solche Fläche ist spin; sei $\rho : \mathbf{Spin}(M) \rightarrow \mathbf{SO}(M)$ eine Wahl einer Spin-Struktur. Zeigen Sie, dass dies impliziert, dass das \mathbf{C} -Linienbündel TM eine Wurzel hat. Identifizieren Sie kanonisch das Spinor-Bündel mit $\sqrt{T^{1,0}M} \oplus \sqrt{T^{0,1}M}$ und bestimmen Sie den kanonischen Dirac-Operator in Termen des Levi-Civita-Zusammenhangs.*
(20+25 Punkte)

(Tipp: Konstruieren Sie die Wurzel über die Darstellung von Vektorbündeln mit Prinzipalbündeln).

Sie finden die Aufgabenblätter auch unter

<http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2025/Vorlesung.html>