Übungen zur Analysis I
(WS 2026/27)
2. Übungsblatt (27.10.2026)

Abgabe der Lösungen bis nächsten Dienstag, 3.11.2026, 10:30 in der Vorlesung.

Übung 2.1. *Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv/surjektiv/bijektiv?*

a) $f : \mathbf{Q} \to \mathbf{Q}, x \mapsto x^4$,

b) $g : \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \to \mathbf{Q} \times \mathbf{Q}, (x, y) \mapsto (x + y, x + 2y)$,

c) $h : \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} \to \mathbf{Q}, (x, y) \mapsto x - y$. *(10+10+10 Punkte)*

Übung 2.2. *Seien $f : M \to N$, $g : N \to R$ Abbildungen. Beweisen Sie, dass die Injektivität (Surjektivität, Bijektivität) von f und g impliziert, dass auch $g \circ f$ injektiv (surjektiv, bijektiv) ist.* *(10+10+6 Punkte)*

Übung 2.3. *Sei M eine Menge und $\mathcal{P}(M) := \{A \mid A \subset M\}$ die* Potenzmenge *von M, d.h. die Menge aller Teilmengen von M.*

a) Beweisen Sie, dass $(\mathcal{P}(M), +, \cdot)$ mit

$$A + B := (A \cup B) \setminus (A \cap B) \quad \textit{und} \quad A \cdot B := A \cap B$$

ein kommutativer Ring mit Eins ist.

b) Zeigen Sie $A + A = 0$ für alle $A \in \mathcal{P}(M)$.

c) Zeigen Sie für $A, B \subset M$, dass $M \setminus A = 1 + A$ und $A \cup B = A + B + AB$.

d) Welche Elemente von $\mathcal{P}(M)$ haben einen Kehrwert?

Sie dürfen alle Beweise dieser Aufgabe mit Venn-Diagrammen führen.
(20+6+9+9 Punkte)

(insges. 100 Punkte)