Übungen zu Globaler Analysis III
(SoSe 2026)
1. Übungsblatt (17.4.2026)

Abgabe der Lösungen nächsten Freitag, 24.4.2026, bis 10:30 in der Vorlesung.

Übung 1.1. *γ operiere auf $\mathbf{P}^n\mathbf{C}$ durch*

$$\gamma \cdot (z_0 : \cdots : z_n) = (\gamma_0 z_0 : \cdots : \gamma_n z_n)$$

mit $\gamma_j \in \mathbf{C}^\times$, $\gamma_j \neq \gamma_k \forall j \neq k$.

a) Bestimmen Sie alle Fixpunkte x_0 und die Eigenwerte von $T_{x_0}\gamma$.

b) Wählen Sie einen Isomorphismus $\gamma^{\mathcal{O}(-1)} : \mathcal{O}(-1) \to \gamma^*\mathcal{O}(-1)$ und bestimmen Sie an jedem Fixpunkt x_0 die komplexe Zahl

$$\gamma^{\mathcal{O}(-1)}_{|x_0} \in \operatorname{End} \mathcal{O}(-1)_{x_0} \cong \mathbf{C}.$$

(15+20 Punkte)

Übung 1.2. *Sei $\gamma : S^2 \to S^2$ die Abbildung, die über die stereographische Projektion $S^2 \to \mathbf{C} \cup \{\infty\}$ als stetige Fortsetzung von $z \mapsto \frac{z}{z+1}$ definiert ist. Zeigen Sie, dass γ glatt ist, bestimmen Sie alle Fixpunkte x_0 und die Eigenwerte von $T_{x_0}\gamma$.* *(25 Punkte)*

Übung 1.3. *Sei γ_t ein Fluss aus Isometrien und $X := \frac{\partial}{\partial_{|t=0}}\gamma_t$. Sei M^X die Nullstellenmenge von X. Nach [Buch, Übung 3.3.10] ist X ein Killing-Vektorfeld. Die Fixpunktmenge eines γ_t ist nach Lemma 7.2 eine totalgeodätische Untermannigfaltigkeit. Zeigen Sie*

a) In jeder offenen Teilmenge $U \subset M$ mit $\overline{U}$ kompakt und für hinreichend kleine t ist M^X die Fixpunktmenge von γ_t.

b) $\ker \nabla X_{|M^X} = T(M^X)$.

c) ∇X ist parallel längs M^X. *(15+10+15 Punkte)*

(insges. 100 Punkte)

Sie finden die Aufgabenblätter auch unter
`http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~koehler/Lehre/2026/Vorlesung.html`