Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Stefan Schröer

SS 09
25.07.2009

Klausur Lineare Algebra II

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Studienfach:

Studiengang (Bachelor oder Diplom):

Fachsemester:

Für Studenten im Bachelorstudiengang Mathematik nach der Prüfungsordnung von 2008: Hiermit melde ich mich zur schriftlichen Prüfung *Lineare Algebra II* (Klausur, Nachklausur) an und bestätige, daß ich mich momentan nicht in einem Urlaubssemester befinde und damit berechtigt bin, eine Prüfung abzulegen.

....
Unterschrift

Legen Sie Ihren Studenten- und Lichtbildausweis sichtbar am Arbeitsplatz aus.
Schreiben Sie auf jedes abgegebene Blatt ihren Namen und begründen Sie Ihre Antworten.
Erlaubte Hilfsmittel: Ein Din-A4 Blatt handschriftliche Notizen.
Bearbeitungszeit: 120 Minuten.
Klausureinsicht: Mittwoch der 29.07.2009 von 11:00-12:00 Uhr im Seminarraum 25.22.03.73

1	2	3	4	$\sum$	Note

Aufgabe 1. Bestimmen Sie für die fünf Matrizen der Form

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ \lambda & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}(2, \mathbb{F}_5), \quad \lambda \in \mathbb{F}_5,$$

ob A trigonalisierbar, halbeinfach, oder diagonalisierbar ist.

Aufgabe 2. Sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus, dessen charakteristisches Polynom und Minimalpolynom die Form

$$\chi_f = (T - \lambda)^5 (T - \mu)^2 \quad \text{und} \quad \mu_f = (T - \lambda)^3 (T - \mu)$$

mit $\lambda \neq \mu$ haben. Weiterhin sei $f - \lambda \,\mathrm{id}_V$ vom Rang 5.

(i) Was sind die algebraischen Vielfachheiten der Eigenwerte?

(ii) Wie lautet die Jordan-Normalform von f?

(iii) Was sind die geometrischen Vielfachheiten der Eigenwerte?

Aufgabe 3. Sei V ein endlich-dimensionaler unitärer Vektorraum, und $f, g : V \to V$ zwei Endomorphismen. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Sind f, g unitär, so ist auch $f \circ g$ unitär.

(ii) Sind f, g selbstadjungiert, so ist auch $f \circ g$ selbstadjungiert.

Aufgabe 4. Seien V, W endlich-dimensionale Vektorräume und $x \in V$, $y \in W$ Vektoren. Wir betrachten den Vektor $x \otimes y \in V \otimes W$. Zeigen Sie:

$$x, y \neq 0 \quad \Longleftrightarrow \quad x \otimes y \neq 0$$