

Algebra

Blatt 8

Aufgabe 1. Sind die Polynome

$$f = 14X^5 + 175X^2 + 325 \in \mathbb{Z}[X]$$

und

$$g = T^2X^5 + (T^3 + T + 1)X + (T - 1) \in \mathbb{Z}[T][X]$$

primitiv?

Aufgabe 2. Sei K ein endlicher Körper. Zeigen Sie, dass es irreduzible Polynome $f \in K[X]$ vom Grad $\deg(f) = 2$ geben muss.

Aufgabe 3. (i) Verifizieren Sie mit dem Reduktionskriterium, dass das Polynom

$$f = X^3 + \frac{11}{16}X + \frac{21}{16} \in \mathbb{Q}[X]$$

irreduzibel ist.

(ii) Zeigen Sie mit dem Eisenstein-Kriterium, dass das Polynom

$$g = X^{10} + T^2X^8 - 2TX^8 + X^8 + TX^6 - X^6 + T^4 - 1 \in \mathbb{Q}[T][X]$$

irreduzibel ist.

Aufgabe 4. Zerlegen Sie das Polynom

$$f = x^4 + 19x^3 + 57x^2 + 68x + 44$$

über \mathbb{Q} in irreduzible Faktoren.

Abgabe: Bis Mittwoch den 9.6. um 9:00 Uhr in den Zettelkästen.