Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 16/17

Übungen zur Einführung in die Algebraische Geometrie

Blatt 9

Aufgabe 1. Bestimmen Sie durch sukzessives Aufblasen eine Auflösung der Singularitäten für die ebene affine Kurve

$$C: \quad x^2 + y^7 = 0.$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Auflblasung $f: X = \mathrm{Bl}_0(\mathbb{A}^2) \to \mathbb{A}^2(k)$ als die algebraische Menge

$$V_+(xu - yv) \subset \mathbb{P}^1(k) \times \mathbb{A}^2(k)$$

gedeutet werden kann, wobei die affine Ebene $\mathbb{A}^2(k)$ zum Polynomring $k[x, y]$ und die projektive Gerade $\mathbb{P}^1(k)$ zum Polynomring $k[u, v]$ gebildet wird.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie durch sukzessives Aufblasen eine Auflösung der Singularitäten für die ebenen affine Kurven

$$C: \quad x^3 + y^5 = 0 \quad \text{und} \quad D: \quad x^2y + y^5 = 0.$$

Skizzieren Sie auch das reelle Bild der strikt Transformierten und der auftretenden exzeptionellen Divisoren.

Aufgabe 4. Seien

$$C: \quad F(x,y) = 0 \quad \text{und} \quad L: \quad \alpha x + \beta y = 0$$

eine ebene affine Kurve bzw. eine affine Gerade. Angenommen, die Schnittmultiplizität ist $\mathrm{mult}_0(C, L) \geq 2$. Zeigen Sie, dass dann die strikt Transformierten $\tilde{C}$ und $\tilde{L}$ auf der Aufblasung $X = \mathrm{Bl}_0(\mathbb{A}^2)$ nicht disjunkt geworden sind.

Abgabe: Bis Freitag, den 13. Januar um 8:25 Uhr im Zettelkasten.

Frohe Weihnachten und guten Rutsch!