Mathematisches Institut
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Prof. Dr. Stefan Schröer

WS 16/17

Übungen zur Einführung in die Algebraische Geometrie

Blatt 11

Aufgabe 1. Für welche komplexen Parameter $t \in \mathbb{C}$ ist die projektive Kurve $E_t \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, welche durch die affine Gleichung

$$E_t : \, y^2 = x^3 + t^2 x$$

gegeben ist, eine singuläre Kurve?

Aufgabe 2. Wie viele Punkte muss man hinzunehmen, um aus den glatten affinen ebenen Kurve

$$C : \, y^2 = x^6 - 1 \quad \text{und} \quad D : y + x^3 + xy^3 = 0$$

kompakte Riemannsche Flächen zu machen?

Aufgabe 3. Sei $\tilde{C}$ die Auflösung der Singularitäten für die projektive Kurve $C \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, welche durch die affine Gleichung

$$C : \, y^3 = (x^2 + 1)^2$$

gegeben ist. Berechnen Sie das Geschlecht $g \geq 0$ der kompakten Riemannschen Fläche $\tilde{C}^{\mathrm{an}}$ und skizzieren Sie die zugrundeliegende 2-Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 4. Berechnen Sie das Geschlecht $g \geq 0$ der kompakten Riemannschen Fläche $\tilde{C}^{\mathrm{an}}$ zur Auflösung der Singularitäten $\tilde{C}$ für die projektive Kurve $C \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$, welche durch eine Gleichung der Form

$$C : \, y^3 = h(x)$$

gegeben ist, wobei $h \in \mathbb{C}[x]$ ein separables Polynom vom Grad $d \geq 4$ ist.

Abgabe: Bis Freitag, den 27. Januar um 8:25 Uhr im Zettelkasten.